UNIVERZITET U BEOGRADU
POLJOPRIVREDNI FAKULTET

Dr Dimitrije Andrijević
Zorica Spasić
Zorana Raičević

REŠENI ZADACI IZ MATEMATIKE SA PRIJEMNIH ISPITA

Beograd-Zemun

PREDGOVOR

Ova Zbirka sadrži zadatke i rešenja sa prijemnih ispita iz MATEMATIKE na Poljoprivrednom fakultetu u Beogradu.

Zbirka je podeljena u dva dela:

I deo sadrži 75 detaljno rešenih zadataka razvrstanih u 8 poglavlja.
Na početku svakog poglavlja je kratak teorijski deo neophodan za rešavanje zadataka. Zatim slede uradjeni zadaci sa detaljnim objašnjenjima.

II deo sadrži zadatke i tačna rešenja 10 kompletnih testova (ukupno 150 zadataka) koji mogu poslužiti za proveru znanja.

Nadamo se da će ova Zbirka korisno poslužiti ne samo budućim studentima u pripremanju prijemnog ispita, nego i svima onima koji žele da obnove svoje znanje potrebno za lako praćenje kursa MATEMATIKA na ovom Fakultetu.

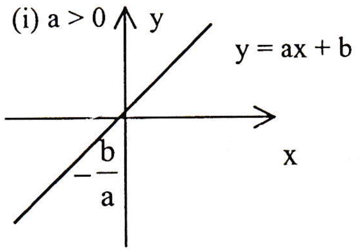
Autori

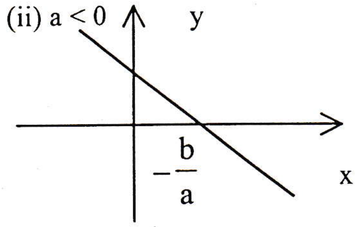
S A D R Ž A J

I DEO

1. LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

Podsetimo se najpre linearne funkcije $y = ax + b$ $(a \neq o)$ i njenog grafika. To je prava linija i u zavisnosti od znaka parametra a razlikujemo dva slučaja:





U oba slučaja funkcija ima nulu, tj. grafik seče x-osu u tački čija je prva koordinata $-\dfrac{b}{a}$. U prvom slučaju funkcija je pozitivna desno od nule, a u drugom levo od svoje nule. Prema tome nule i znak linearnog člana $ax+b$ možemo predstaviti na sledeći način:

$$ax + b \;\underset{-\frac{b}{a}}{\overset{-\,-\,-\,-\,-\,0\,+\,+\,+\,+\,+}{\overline{\hspace{6cm}}}}\; \text{za } a > 0$$

$$ax + b \;\underset{-\frac{b}{a}}{\overset{+\,+\,+\,+\,+\,0\,-\,-\,-\,-\,-}{\overline{\hspace{6cm}}}}\; \text{za } a < 0$$

REŠENI ZADACI

1) Rešiti nejednačinu $3x - 5 > 0$

$$3x - 5 > 0 \Leftrightarrow 3x > 5$$
$$\Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x \in (\frac{5}{3}, +\infty)}$$

2) Rešiti nejednačinu $2x + 3 > 4x + 5$

$2x + 3 > 4x + 5$

$\Leftrightarrow$ $2x - 4x > -3 + 5$

$\Leftrightarrow$ $-2x > 2$ (sada ćemo obe strane podeliti sa -2; pazi na promenu $>$ u $<$!)

$\Leftrightarrow$ $x < -1$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{x \in (-\infty, -1)}$

3) Rešiti jednačinu $\dfrac{3x - 7}{8 - 9x} = 1$

Jednačina je definisana za $8 - 9x \neq 0$ tj. $x \neq \dfrac{8}{9}$. U tom slučaju smemo da pomnožimo obe strane sa $8 - 9x$ pa je

$$\frac{3x - 7}{8 - 9x} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 3x - 7 = 8 - 9x \ \text{ i } \ x \neq \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad 12x = 15 \ \text{ i } \ x \neq \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{15}{12} \ \text{ i } \ x \neq \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{x = \frac{5}{4}}$$

4) Rešiti jednačinu $\dfrac{1}{x - 1} = \dfrac{2}{x - 2}$

Jednačina je definisana za $x - 1 \neq 0$, $x - 2 \neq 0$ tj. za $x \neq 1$, $x \neq 2$. Tada je

$$\frac{1}{x - 1} = \frac{2}{x - 2} \quad \Leftrightarrow 1 \cdot (x-2) = 2 \cdot (x-1) \ \text{ i } \ x \notin \{1, 2\}$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 2x - 2 \quad \text{ i } \ x \notin \{1, 2\}$$

$$\Leftrightarrow -x = 0 \quad \text{ i } \ x \notin \{1, 2\}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 0}$$

5) Rešiti jednačinu $\dfrac{x}{x+1}=1-\dfrac{1}{x+1}$

Jednačina je definisana za $x \neq -1$. Tada je

$$\frac{x}{x+1}=1-\frac{1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x}{x+1}=\frac{x+1-1}{x+1} \quad \text{i} \quad x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x+1}=\frac{x}{x+1} \quad \text{i} \quad x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow x \neq -1$$

Prema tome skup rešenja jednačine je $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$.

6) Rešiti nejednačinu $\dfrac{1-2x}{x-5}>1$

Nejednačina je definisana za $x \neq 5$. Za razliku od jednačine sličnog tipa (vidi zadatak 3) množenje leve i desne strane sa $x - 5$ bilo bi opasno jer izraz $x - 5$ nije konstantnog znaka. Zato ćemo najpre prebaciti jedinicu na levu stranu.

$$\frac{1-2x}{x-5}>1 \Leftrightarrow \frac{1-2x}{x-5}-1>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-2x}{x-5}-\frac{x-5}{x-5}>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-2x-(x-5)}{x-5}>0$$

(znak - ispred razlomka se odnosi na ceo brojilac i zato ne zaboravi da staviš zagradu!)

$$\Leftrightarrow \frac{1-2x-x+5}{x-5}>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6-3x}{x-5}>0$$

Dalje možemo na dva načina:

a) $\dfrac{6-3x}{x-5}>0 \Leftrightarrow (6-3x>0 \text{ i } x-5>0) \text{ ili } (6-3x<0 \text{ i } x-5<0)$

$\Leftrightarrow (x<2 \text{ i } x>5) \text{ ili } (x>2 \text{ i } x<5)$

$\Leftrightarrow \perp \text{ ili } x \in (2,5)$

$\Leftrightarrow \boxed{x \in (2,5)}$

b) Drugi način se sastoji u tome da tabele za znak linearnih članova 6-3x i x-5 napišemo jednu ispod druge i zatim odredimo znak izraza $\frac{6-3x}{x-5}$. Posle će nam ostati samo da pročitamo interval u kome je znak +.

6 - 3 x	+++++	---	----	(jer - 3<0)
	2			
x - 5	------	---	++++	(jer 1 > 0)
	-	+	5 -	

Prema tome skup rešenja nejednačine je (2,5).

Ovaj drugi način je posebno efikasan kada je broj činilaca koji utiču na znak izraza veći od dva.

7) Rešiti nejednačinu $\frac{2x-1}{x+3} > 1$

$$\frac{2x-1}{x+3} > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-1}{x+3} - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1-(x+3)}{x+3} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1-x-3}{x+3} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-4}{x+3} > 0$$

x - 4	- -	- -	++++
			4
x + 3	- -	++	+++++
	-3		
	+	-	+

Prema tome skup rešenja nejednačine je $(-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$

8) Rešiti nejednačinu $\frac{1}{1+x} > \frac{1}{x}$

$$\frac{1}{1+x} > \frac{1}{x} \qquad \Leftrightarrow \frac{1}{1+x} - \frac{1}{x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-(1+x)}{(1+x)x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1-x}{(1+x)x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{(1+x)x} > 0$$

Pošto je brojilac negativan, da bi količnik bio pozitivan, potrebno je i dovoljno da imenilac bude negativan pa je nejednačina ekvivalentna sa

$(1+x)x < 0$

	-1		0
$1+x$	----	++	+
x	----	---	+++
	+	-	+

Prema tome skup rešenja nejednačine je $(-1, 0)$

9) Rešiti dvostruku nejednačinu $-1 < \frac{x+1}{x} < 1$

Nejednačina je definisana za $x \neq 0$

$$-1 < \frac{x+1}{x} < 1 \quad \Leftrightarrow -1 < \frac{x+1}{x} \text{ i } \frac{x+1}{x} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{x} + 1 > 0 \text{ i } \frac{x+1}{x} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{x} > 0 \text{ i } \frac{x+1-x}{x} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{x} > 0 \text{ i } x < 0$$

Sada zbog drugog uslova možemo prvu nejednačinu da pomnožimo sa x. Pri tome ne smemo zaboraviti da množimo negativnim brojem.

$\Leftrightarrow 2x + 1 < 0$

$\Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$

10) Rešiti nejednačinu $\frac{x}{(x-2)^2} > 0$

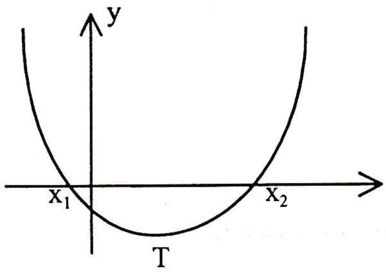
Nejednačina je definisana za $(x - 2)^2 \neq 0$, tj. $x \neq 2$, pošto je u tom slučaju imenilac uvek pozitivan, nejednačina je ekvivalentna sa

$x > 0 \quad i \quad x \neq 2$

pa je njen skup rešenja $(0,2) \cup (2, +\infty)$

2. KVADRATNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

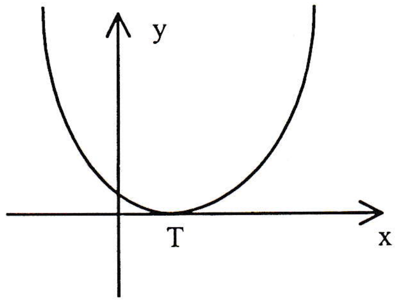
Grafik kvadratne funkcije $y=ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ je parabola pri čemu položaj njenog temena zavisi od znaka parametra a. Izraz $b^2 - 4ac$ označičemo sa D.
(i) a >0: u zavisnosti od D razlikujemo tri podslučaja



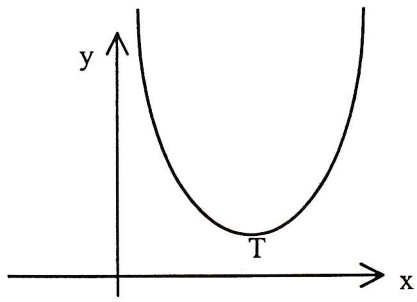
$D > 0$: Grafik seče x-osu u tačkama

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$$

tj. jednačina $ax^2 + bx + c = 0$ ima dva realna rešenja



$D = 0$: Grafik dodiruje x-osu, tj. jednačina $ax^2 + bx + c = 0$ ima jedno dvostruko rešenje $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

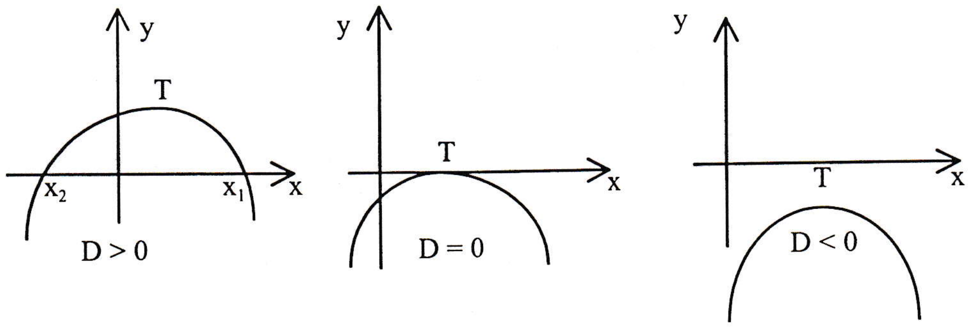


$D < 0$: Grafik je iznad x-ose, tj. jednačina $ax^2 + bx + c = 0$ nema realnih rešenja i $ax^2 + bx + c > 0$ za svako x

U slučaju $D > 0$ nule i znak kvadratnog trinoma možemo prikazati na sledeći način:

$$ax^2 + bx + c \quad \frac{+++\ \mathbf{0}\ --\mathbf{0}\ +++}{\mathbf{x_1} \qquad \mathbf{x_2}}$$

(ii) $a < 0$: u zavisnosti od D razlikujemo tri podslučaja



Vidimo da je u slučaju $D < 0$ $ax^2 + bx + c < 0$ za svako x, dok se u slučaju $D > 0$ nule i znak kvadratnog trinoma mogu prikazati na sledeći način:

$$\mathbf{ax^2 + bx + c} \quad \frac{\mathbf{- - - \quad 0 + + + + 0 - - -}}{\mathbf{\qquad x_1 \qquad x_2 \qquad}}$$

Teme parabole u svim slučajevima ima koordinate $T\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$. Za rešenja kvadratne jednačine $ax^2 + bx + c = 0$ važe tzv. Vijetova pravila, tj. $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{i} \quad x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

REŠENI ZADACI

1) Rešiti jednačinu $4x^2 + 8x - 5 = 0$

Kako je $a = 4$, $b = 8$, $c = -5$ to je

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{8} = \frac{-8 \pm 12}{8} \quad \text{pa je}$$

$$x_1 = \frac{-8-12}{8} = \boxed{-\frac{5}{2},} \qquad x_2 = \frac{-8+12}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

2) Odrediti zbir rešenja kvadratne jednačine $12x^2 - 23x + 10 = 0$

a) Prvi način: Rešavanjem kvadratne jednačine dobijamo da je

$$x_1 = \frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{5}{4}, \quad \text{pa je}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8+15}{12} = \boxed{\frac{23}{12}}$$

b) Drugi način: Pomoću Vijetovih pravila odmah dobijamo

$$\mathbf{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-23}{12} = \boxed{\frac{23}{12}}}$$

3) Odrediti parametar c tako da teme parabole $y = x^2 - 8x + c$ bude na x-osi.

Teme parabole je na x-osi ako i samo ako je

$D = 0$, tj. $64 - 4c = 0$, tj. $\boxed{c = 16}$

4) Rešiti nejednačinu $x^2 < x$

$x^2 < x \Leftrightarrow x^2 - x < 0$

Kako su nule kvadratnog trinoma $x^2 - x$ $x_1 = 0, x_2 = 1$ i $a = 1 > 0$, to je znak kvadratnog trinoma dat sa $\mathbf{x^2 - x} = \dfrac{+++++----+++}{\mathbf{0} \qquad \mathbf{1}}$ pa je skup rešenja nejednačine interval $(0,1)$.

5) Rešiti nejednačinu $(x - 1 - x^2)(2x - 3) > 0$

Za kvadratnu funkciju $y = -x^2 + x - 1$ je $D = b^2 - 4ac = -3 < 0$ i $a = -1 < 0$ pa je $-x^2 + x - 1 < 0$ za svako x. Stoga je

$$(x - 1 - x^2)(2x - 3) > 0 \quad \Leftrightarrow 2x - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x \in (-\infty, \frac{3}{2})}$$

6) Rešiti nejednačinu $x(x^2 - x + 1) > 0$

Za kvadratnu funkciju $y = x^2 - x + 1$ je $D = -3 < 0$ i $a = 1 > 0$ pa je $x^2 - x + 1 > 0$ za svako x. Stoga je nejednačina ekvivalentna sa $x > 0$ tj. njen skup rešenja je $(0, +\infty)$

7) Rešiti nejednačinu $(x + 6 - x^2)(x - 1 - x^2) < 0$

Nule kvadratnog trinoma $-x^2 + x + 6$ su $x_1 = -2$, $x_2=3$, dok je $a = -1 < 0$. Zato je

$-x^2 + x + 6$	---	++++	----
	-2		3
$-x^2 + x - 1$	---	------	----
	+	-	+

pa je skup rešenja nejednačine $(-2, 3)$.

8) Rešiti nejednačinu $\dfrac{x+3}{1-x^2} > 0$

$x + 3$	----	+	+++	++
	-3			
$-x^2 + 1$	----	--	+++	--
		-1	1	
	+	-	+	-

Prema tome skup rešenja nejednačine je $(-\infty, -3) \cup (-1, 1)$

9) Rešiti nejednačinu $x < \dfrac{1}{x}$

$$x < \frac{1}{x} \quad \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 1}{x} < 0$$

$x^2 - 1$	++++	--	--	++++
	-1		1	
x	-----	--	+	++++
		0		
	-	+	-	+

Odavde vidimo da je skup rešenja nejednačine $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

10) Rešiti nejednačinu $\frac{x^2+2x-7}{x^2-x-2}>2$

$$\frac{x^2+2x-7}{x^2-x-2}>2 \quad \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-7}{x^2-x-2}-2>0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2+2x-7-2\left(x^2-x-2\right)}{x^2-x-2}>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-x-2}>0$$

$-x^2+4x-3$	---	-	+	++	----
		1			3
x^2-x-2	++	--	--	++	+++++
	-1		2		
	-	+	-	+	-

Dakle skup rešenja nejednačine je $(-1, 1) \cup (2,3)$

11) Za koje vrednosti realnog parametra m rešenja jednačine $\mathbf{x^2+(m-8)x+m=0}$ su različiti pozitivni brojevi?

Pošto su rešenja različiti pozitivni brojevi, oni su samim tim i realni pa je

$D=\mathbf{b^2-4ac>0}$. S druge strane, ako ih označimo sa x_1 i x_2, onda je $x_1+x_2>0$ i $x_1x_2>0$ jer su pozitivni. Otuda na osnovu Vijetovih pravila imamo da je potreban i dovoljan uslov da rešenja jednačine budu različiti pozitivni brojevi sistem od tri nejednačine :

$D>0$, $\mathbf{\frac{-b}{a}>0}$, $\mathbf{\frac{c}{a}>0}$. Pošto je $a=1$, $b=m-8$, $c=m$, sistem se svodi na : $(m-8)^2-4m>0$, $-(m-8)>0$, $m>0$ tj. na sistem $m^2-20m+64>0$, $m<8$, $m>0$ čiji su skupovi rešenja intervali : $\mathbf{(-\infty,4)\cup(16,\infty)}$, $\mathbf{(-\infty,8)}$, $\mathbf{(0,\infty)}$ pa je rešenje sistema njihov presek $\mathbf{((-\infty,4)\cup(16,\infty))\cap(-\infty,8)\cap(0,\infty)=(0,4)}$.

3. APSOLUTNA VREDNOST

Apsolutna vrednost realnog broja x, u oznaci |x|, definiše se kao

$$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x \leq 0 \end{cases}.$$

PRIMERI

a) Pošto je -3 < 0, imamo da je |-3| = -(-3) = 3

b) Koristeći znak linearne funkcije, dobijamo $|x - 3| = \begin{cases} x-3, & x\in[3,+\infty) \\ -x+3, & x\in(-\infty,3] \end{cases}$

c) Koristeći znak kvadratne funkcije, imamo da je

$$\left|x^2 - x - 2\right| = \begin{cases} x^2 - x - 2, & x \in (-\infty,-1] \cup [2,+\infty) \\ -x^2 + x + 2, & x \in [-1,2] \end{cases}$$

REŠENI ZADACI

1) Rešiti jednačinu |x - 1| = x

Tačka x = 1 u kojoj linearna funkcija y = x - 1 menja znak deli brojnu osu na dva dela (-∞,1] i [1, +∞). Pošto je u tim intervalima znak izraza x - 1 konstantan, možemo se osloboditi apsolutne vrednosti pa se naša jednačina svodi na disjunkciju dve obične linearne jednačine. Na kraju treba još proveriti da li dobijena rešenja pripadaju intervalu u kojem radimo.

a) x ∈ (-∞, 1]

Jednačina postaje -x + 1 = x tj. -2x = -1 tj. $\boxed{x = \frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2} \in (-\infty, 1]$

b) x ∈ [1, +∞)

Jednačina postaje x - 1 = x tj. -1 = 0 što je nemoguće tj. jednačina u tom intervalu nema rešenja. Prema tome, rešenje jednačine je $x = \frac{1}{2}$

2) Rešiti jednačinu $x^2 + |x| - 6 = 0$

a) $x \in (-\infty, 0]$

Jednačina postaje $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ili $x = 3$

$-2 \in (-\infty, 0]$, $3 \notin (-\infty, 0]$ pa je rešenje samo tačka $\boxed{x = -2}$

b) $x \in [0, +\infty)$

Jednačina postaje $x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ili $x = 2$

$-3 \notin [0, +\infty)$, $2 \in [0, +\infty)$ pa je rešenje samo tačka $\boxed{x = 2}$

Dakle skup rešenja jednačine je $\{-2, 2\}$.

3) Rešiti jednačinu $|x - 1| + |x + 2| = 2x + 3$

Tačke $x = 1$, $x = -2$ u kojima linearne funkcije $y = x - 1$, $y = x + 2$ menjaju znak dele brojnu osu na tri dela $(-\infty, -2]$, $[-2, 1]$, $[1, +\infty)$ pa se jednačina svodi na disjunkciju tri obične linearne jednačine.

a) $x \in (-\infty, -2]$

ovde je $x - 1 \le 0$, $x + 2 \le 0$ pa jednačina postaje

$-x+1 - x - 2 = 2x + 3$ tj. $-4x = 4$ tj. $x = -1 \notin (-\infty, -2]$

i zato jednačina ovde nema rešenja.

b) $x \in [-2, 1]$

ovde je $x - 1 \le 0$, $x + 2 \ge 0$ pa jednačina postaje

$-x + 1 + x + 2 = 2x + 3$ tj. $2x = 0$ tj. $x = 0 \in [-2, 1]$ pa je rešenje $\boxed{x = 0}$

c) $x \in [1, +\infty)$

Ovde je $x - 1 \ge 0$, $x + 2 \ge 0$ pa jednačina postaje $x - 1 + x + 2 = 2x = +3$ tj.

$1 = 3$ što je nemoguće pa jednačina ovde nema rešenja.

Prema tome rešenje jednačine je $x = 0$.

4) Rešiti nejednačinu $|2x + 1| < |x - 4|$

Ovde su kritične tačke $x = -\frac{1}{2}$, $x = 4$ pa imamo tri slučaja:

a) $x \in (-\infty, -\frac{1}{2}]$

Ovde je $2x + 1 \le 0$, $x - 4 \le 0$ pa jednačina postaje $-2x - 1 < -x + 4$ tj.

$-x < 5$ tj. $\boxed{x > -5}$. Ne smemo zaboraviti da je $x \in (-\infty, -\frac{1}{2}]$ pa je zato skup rešenja nejednačine $(-5, -\frac{1}{2}]$.

b) $x \in [-\frac{1}{2}, 4]$

Ovde je $2x + 1 \geq 0$, $x - 4 \leq 0$ pa je jednačina postaje $2x + 1 < -x + 4$ tj.

$3x < 3$ tj. $\boxed{x < 1.}$ Kako je $x \in [-\frac{1}{2}, 4]$, to je skup rešenja nejednačine $[-\frac{1}{2}, 1)$.

c) $x \in [4, +\infty)$

Ovde je $2x + 1 \geq 0$, $x - 4 \geq 0$ pa jednačina postaje $2x + 1 < x - 4$ tj. $\boxed{x < -5.}$

Kako je $x \in [4, +\infty)$, to nejednačina nema rešenja.

Skup rešenja polazne nejednačine dobićemo kada uniramo skupove dobijene pod a), b), c). To će biti skup

$$(-5, -\frac{1}{2}] \cup [-\frac{1}{2}, 1) = (-5, 1)$$

5) Rešiti jednačinu $|3x - 2| = |2x + 7|$

Specijalni oblik jednačine (apsolutna vrednost leve strane jednaka apsolutnoj vrednosti desne sntrane) omogućava nam da je rešimo bez podele brojne ose. Naime na osnovu definicije apsolutne vrednosti, lako se vidi da je jednačina ekvivalentna disjunkciji jednačina $3x - 2 = 2x + 7$ i $3x - 2 = -(2x + 7)$. Rešenje prve je $x = 9$, a rešenje druge $x = -1$ pa je skup rešenja polazne jednačine $\{9, -1\}$.

4. STEPENOVANJE I KORENOVANJE

Za realan broj a i prirodan broj n definišemo n-ti stepen broja a sa
$a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots\ldots\ldots a}_{\text{n činioca}}$.

za $a \neq 0$ definišemo dalje
$a^0 = 1$ i $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

Osnovne osobine (a, b $\neq$ 0; m, n celi brojevi)

$1^0\ a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$2^0\ \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$3^0\ (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$4^0\ (ab)^n = a^n \cdot b^n$

$5^0\ \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$6^0\ \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

Za $a > 0$ i prirodan broj n definišemo n-ti koren iz a, u oznaci $\sqrt[n]{a}$, kao pozitivno rešenje jednačine $x^n = a$. Prema tome je $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n$. $\sqrt[n]{0} = 0$, dok se za $a < 0$ n-ti koren definiše samo za neparne brojeve n sa $\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{-a}$.

Osnovne osobine (a, b > 0, m, n, k prirodni brojevi)

$1^0\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$

$2^0\ \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$3^0\ \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

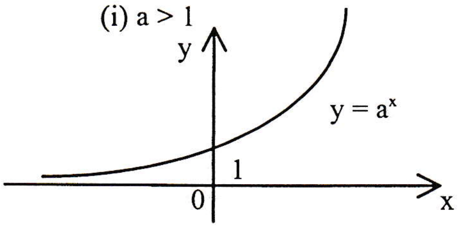
$4^0\ \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

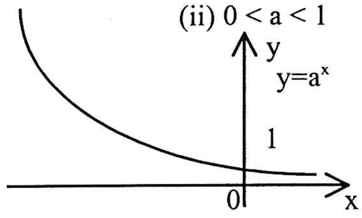
$5^0\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

$6^0\ \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[k \cdot n]{a^{k \cdot m}}$

Za $n = 2$, umesto $\sqrt[2]{a}$ pišemo samo $\sqrt{a}$. Na osnovu definicije je $\sqrt{a^2} = |a|$.

Za $a > 0$, $a \neq 1$ definicija stepena se proširuje i na racionalne brojeve, tj. brojeve oblika $\frac{m}{n}$ gde je m ceo broj a n prirodan broj. U tom slučaju je $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$. Zatim definišemo a^x za svaki realan broj x. Detalji o tome bi daleko prevazilazili okvir i cilj ove zbirke, pa ćemo se zadržati samo na grafiku funkcije $y = a^x$. U zavisnosti od broja a razlikujemo dva slučaja.





Vidimo da je u prvom slučaju funkcija rastuća, tj. $t < z$ povlači $a^t < a^z$ dok je u drugom slučaju funkcija opadajuća, tj. $t < z$ povlači $a^t > a^z$. Zatim vidimo da je u oba slučaja $a^x > 0$ za svaki realan broj x. Na kraju recimo da osobine stepenovanja 1°-6° važe i ako umesto celih brojeva m, n, stavimo realne brojeve.

REŠENI ZADACI

1) Koliko je $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$?

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$$

2) Rešiti jednačinu $3^{x^2-2x-2} = \frac{1}{9}$

$3^{x^2-2x-2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x^2-2x-2} = 3^{-2}$ (doveli smo izraze na levoj i desnoj strani na iste osnove jer će to značiti da izložioci moraju da budu jednaki). Prema tome jednačina je dalje ekvivalentna sa $x^2 - 2x - 2 = -2$ tj. $x^2 - 2x = 0$ pa je njen skup rešenja$\{0, 2\}$.

3) Odrediti proizvod rešenja jednačine $2^{x^2-x+1}=8$

$$2^{x^2-x+1}=8 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{x^2-x+1}=2^3$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - x + 1 = 3$$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0$ pa je proizvod rešenja $\boxed{-2}$

(podseti se Vijetovih pravila)

4) Rešiti jednačinu $\sqrt{x-1}=x-3$

Jednačina je definisana za $x - 1 \geq 0$ tj. $x \in [1, +\infty)$. Korena se možemo lako osloboditi kvadriranjem leve i desne strane, medjutim, jednačina koju budemo dobili neće biti ekvivalentna polaznoj jer $x - 3$ nije uvek nenegativno. Dobijena jednačina je posledica polazne i zato ima širi skup rešenja od polazne, tj. neka njena rešenja ne moraju da budu rešenja polazne jednačine. To ćemo utvrditi proverom.

$$\sqrt{x-1}=x-3 \quad \Rightarrow x - 1 = (x - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = x^2 - 6x + 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ili } x = 5$$

Provera:

$$\sqrt{2-1}=2-3$$

$$1 = -1 \perp$$

$$\sqrt{5-1}=5-3$$

$$2 = 2 \top$$

Prema tome rešenje jednačine je $x = 5$

5) Rešiti nejednačinu $\sqrt{x+2} > x-4$

Nejednačina je definisana za $x + 2 \geq 0$ tj. $x \in [-2, +\infty)$. Tačka $x = 4$ u kojoj izraz $x - 4$ menja znak deli oblast definisanosti nejednačine na dva dela:

a) $x \in [-2, 4]$

Ovde je $\sqrt{x+2} \geq 0$ **i** $x-4 \leq 0$ pa je skup rešenja nejednačine ceo interval

$[-2, 4]$ jer $\sqrt{x+2}$ i $x-4$ ne mogu istovremeno biti jednaki nuli.

b) $x \in [4, +\infty)$

Ovde je $x - 4 \geq 0$ pa kvadriranjem dobijamo ekvivalentnu nejednačinu $x + 2 > (x - 4)^2$ tj. $x^2 - 9x + 14 < 0$ čiji je skup rešenja $(2, 7) \cap [4, +\infty) = [4,7)$. Prema tome skup rešenja polazne nejednačine je $[-2, 4] \cup [4, 7) = [-2, 7)$.

6) Rešiti nejednačinu $\sqrt{2x^2 - x - 1} < x+5$

Nejednačina je definisana za $2x^2 - x - 1 \geq 0$, tj. $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, \infty)$. Tačka $x = -5$ u kojoj izraz $x+5$ menja znak deli oblast definisanosti nejednačine na dva dela :

a) $x \in (-\infty, -5]$

Ovde je $x + 5 \leq 0$ dok je na levoj strani koren koji je pozitivan pa nejednačina u ovom intervalu nema rešenja.

b) $x \in \left[-5, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, \infty)$

Ovde je $x + 5 \geq 0$ pa kvadriranjem dobijamo ekvivalentnu nejednačinu $x^2 - 11x - 26 < 0$ čiji je skup rešenja $(-2, 13) \cap \left(\left[-5, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, \infty)\right) = \left(-2, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, 13)$ a to je i konačno rešenje.

5. LOGARITAMSKE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

Neka je $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$. Logoritam broja x za osnovu a, u oznaci $\log_a x$, je broj y za koji je $a^y = x$. Prema toma $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$.

Osnovne osobine

$1^o\ a^{\log_a x} = x$

$2^o\ \log_a a^x = x$

$3^o\ \log_a 1 = 0$

$4^o\ \log_a a = 1$

$5^o\ \log_a x^r = r \cdot \log_a x$

$6^o\ \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$

$7^o\ \log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

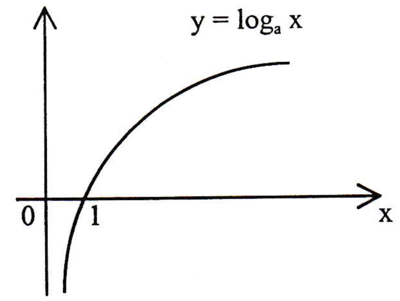
$8^o\ \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

$9^o\ \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

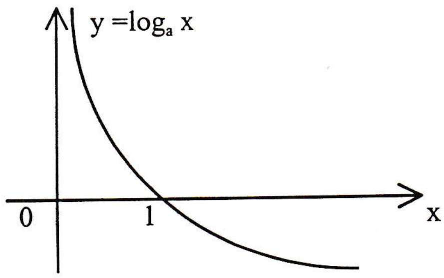
$10^o\ \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Podsetimo se sada grafika logaritamske funkcije. U zavisnosti od osnove logaritma a imaćemo dva osnovna slučaja:

(i) $a > 1$



(ii) $0 < a < 1$



U slučaju (i) funkcija je pozitivna za $x \in (1, +\infty)$, negativna za $x \in (0, 1)$ i rastuća, tj. $x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$.

U slučaju (ii) funkcija je pozitivna za $x \in (0, 1)$, negativna za $x \in (1, +\infty)$ i opadajuća, tj. $x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$.

REŠENI ZADACI

1) Rešiti jednačinu $\log_x 8 = 6$

$$\log_x 8 = 6 \quad \Leftrightarrow x^6 = 8 \text{ i } x > 0, x \neq 1$$
$$\Leftrightarrow x = \sqrt[6]{8}$$
$$\Leftrightarrow \quad x = \sqrt[3\cdot 2]{2^3}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{2}}$$

2) Rešiti jednačinu $\log_2 3x = -2$

$$\log_2 3x = -2 \;\Leftrightarrow 3x = 2^{-2}$$
$$\Leftrightarrow 3x = \frac{1}{4}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1}{12}}$$

3) Rešiti jednačinu $\log_4(x^2 - x - 2) = 1$

$$\log_4(x^2 - x - 2) = 1 \quad \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 4$$
$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ili } x = 3$$

4) Rešiti jednačinu $\log_4(x + 1) + \log_4(x - 2) = 1$

Primenom osobine 7° jednačina postaje $\log_4(x+1)\cdot(x-2)=1$ tj. $\log_4(x^2-x-2)=1$ a to je jednačina iz prethodnog zadatka i njena rešenja su $x = -2$ ili $x = 3$. Ali treba biti oprezan! Dobijena jednačina nije ekvivalentna polaznoj jer je definisana za $x^2 - x - 2 > 0$ tj. za $x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ dok je polazna jednačina definisana za $x + 1 > 0$ i $x - 2 > 0$ tj. za $x \in (2, +\infty)$. Zbog toga proveravamo da li dobijena rešenja pripadaju oblasti definisanosti polazne jednačine i vidimo da je rešenje jednačine samo $\boxed{x = 3}$.

5) Rešiti jednačinu $\log_5 \log_3 x = 1$

$$\log_5 \log_3 x = 1 \quad \Leftrightarrow \log_3 x = 5$$
$$\Leftrightarrow x = 3^5$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x = 243}$$

6) Rešiti nejednačinu $\log_2(5 - 2x) > 0$

$\log_2(5 - 2x) > 0 \quad \Leftrightarrow 5 - 2x > 1$ (jer je osnova logaritma veća od jedinice)

$$\Leftrightarrow -2x > -4$$
$$\Leftrightarrow x < 2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x \in (-\infty, 2)}$$

7) Rešiti nejednačinu $2 - \log_3 4x > 0$

$$2 - \log_3 4x > 0 \quad \Leftrightarrow -\log_3 4x > -2$$
$$\Leftrightarrow \log_3 4x < 2$$

$\Leftrightarrow 3^{\log_3 4x} < 3^2$ i $4x > 0$ (pazi na definisanost logaritma)

$$\Leftrightarrow 0 < 4x < 9$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x \in (0, \frac{9}{4})}$$

8) Rešiti nejednačinu $\log_2\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right) > 0$

$$\log_2\left(\frac{1+x}{1-x}\right) > 0 \Leftrightarrow \frac{1+x}{1-x} > 1$$
$$\Leftrightarrow \frac{1+x}{1-x} - 1 > 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1+x-(1-x)}{1-x} > 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{2x}{1-x} > 0$$

2x	---	++	++
	0		
1-x	++++	++	---
		1	
	-	+	-

Prema tome skup rešenja nejednačine je (0, 1).

9) Rešiti nejednačinu $\log_3\left(\frac{2-x}{x-4}\right)<0$

$$\log_3\left(\frac{2-x}{x-4}\right)<0 \Leftrightarrow \quad 0<\frac{2-x}{x-4}<1$$

		2		4	
2 - x	+++		--		--
x - 4	---		--		++
	-		+		-

Odavde vidimo da je skup rešenja prve nejednačine (2, 4). Druga nejednačina je ekvivalentna sa $\frac{2-x}{x-4}$ - 1 < 0 tj. sa $\frac{2-x-(x-4)}{x-4}$ <0 tj. sa $\frac{6-2x}{x-4}<0$

		3		4	
6 - 2x	++++		--		--
x - 4	-----		--		+++
	-		+		-

Ovde vidimo da je skup rešenja druge nejednačine $(-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$. Na kraju je skup rešenja dvostruke nejednačine presek skupova rešenja prve i druge nejednačine, a to je skup $(2, 4) \cap ((-\infty, 3) \cup (4, +\infty)) = \boxed{(2, 3)}$

10) Rešiti nejednačinu $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-2x+1\right)>0$

$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-2x+1\right)>0 \Leftrightarrow \; 0<x^2-2x+1<1$ (jer je osnova logaritma < 1)

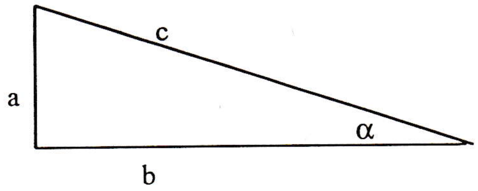
$\Leftrightarrow 0<(x-1)^2$ i $x^2-2x<0$

$\Leftrightarrow x\neq 1$ i $x\in(0, 2)$

$\Leftrightarrow \boxed{x\in(0, 1)\cup(1,2)}$

6. TRIGONOMETRIJA

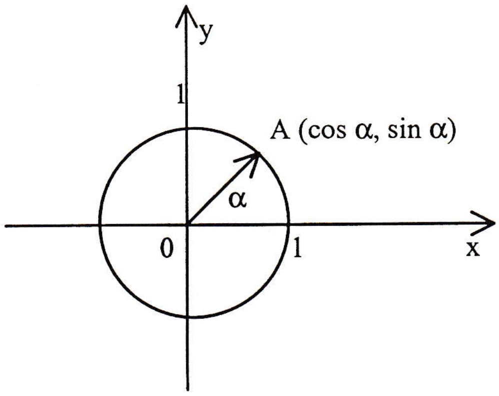
Trigonometrijske funkcije sinus, kosinus, tangens i kotangens definišemo najpre kao funkcije oštrog ugla prvouglog trougla



Ako sa c označimo hipotenuzu, sa a naspramnu katetu oštrom uglu α, sa b naleglu katetu oštrom uglu α, onda imamo sledeće definicije:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}, \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c}, \qquad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}, \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$$

Sledeći korak je definisanje trigonometrijskih funkcija za proizvoljne uglove i to radimo pomoću tzv. trigonometrijskog kruga, tj. kruga sa centrom u koordinatnom početku i poluprečnikom r = 1.



Ako je α ugao koji radijus-vektor proizvoljne tačke A na krugu zaklapa sa pozitivnim smerom x-ose, onda je cos α prva koordinata tačke A, a sin α druga koordinata tačke A. Ostale funkcije možemo definisati sa:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \qquad \mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

OSNOVNI IDENTITETI

$1^\circ\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$2^\circ\ \mathrm{tg}\alpha=\dfrac{1}{\mathrm{ctg}\alpha}$

$3^\circ\ \sin^2\alpha=\dfrac{\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha},\qquad \cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$

$4^\circ\ \sin(-\alpha)=-\sin\alpha,\qquad \cos(-\alpha)=\cos\alpha$

$5^\circ\ \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha,\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$

$6^\circ\ \sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha,\qquad \cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$

$7^\circ\ \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha,\qquad \cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$

$8^\circ\ \sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha,\qquad \cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$

$9^\circ\ \sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha,\qquad \cos\alpha(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$ (k je ceo broj)

$10^\circ\ \sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$11^\circ\ \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$12^\circ\ \mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$

$13^\circ\ \sin\alpha-\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}$

$14^\circ\ \sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha,\qquad \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$15^\circ\ 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=1-\cos\alpha,\qquad 2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=1+\cos\alpha$

Vrednosti trigonometrijskih funkcija za neke uglove

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

Prelaz stepena u radijane i obratno

α stepeni $= \frac{\alpha}{180} \cdot \pi$

α radijana $= \frac{\alpha}{\pi} \cdot 180^o$

REŠENI ZADACI

1) Pronadjite grešku !

a) $2\cos^2 2x = 1 + \cos 4x$
b) $(tg2x)^{-1} = ctg2x$
c) $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 1$
d) $2\sin^2 4x = 1 - \cos 2x$
e) $\sin 4x = 2\sin 2x\cos 2x$

Greška je u (d). Ispravno je $2\sin^2 4x = 1 - \cos 8x$. (vidi 15°)

2) Koja jednakost nije tačna za svako x ?

a) $1 + \cos 2x = 2\cos^2 x$
b) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
c) $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos 2x$
d) $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$
e) $\sin^2 3x = \frac{1}{2}(1 - \cos 6x)$

Greška je u (c). Ispravno je $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ (vidi 14°)

3) Brojeve sin 30°, sin 45°, sin 60°, cos 90°, cos 120° poredjati po veličini počevši od najmanjeg.

$$\sin 30^o = \frac{1}{2}, \quad \sin 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos 90^o = 0, \quad \cos 120^o = \underset{\text{(vidi 6°)}}{\cos\left(180^o - 60^o\right)} = -\cos 60^o = -\frac{1}{2}$$

Prema tome poredak je cos 120°, cos 90°, sin 30°, sin 45°, sin 60°.

4) Koja je vrednost izraza $\sin^2 30^\circ + tg^2 30^\circ$?

$$\sin^2 30^o + tg^2 30^o = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3+4}{12} = \boxed{\frac{7}{12}}$$

5) Izračunati $\sin 180^\circ + |\, tg(-45^\circ) \,| - \cos 90^\circ + \sin^3(-30^\circ) - \sin^2(-60^\circ)$.

$\sin 180^\circ + |\, tg(-45^\circ) \,| - \cos 90^\circ + \sin^3(-30^\circ) - \sin^2(-60^\circ)$

$$= 0 + |-1| - 0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{8} - \frac{3}{4} = \frac{8-1-6}{8} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

6) Ako je $ctg\, x = \dfrac{a^2-4}{4a}$, gde je $a > 2$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, izračunati sin x.

Uslov $a > 2$ nam kaže da je $ctg\, x > 0$ pa je zato i $tg\, x = \frac{1}{ctgx} = \frac{4a}{a^2-4} > 0$. S druge strane, zbog uslova $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ je i $\sin x > 0$ pa je na osnovu 3°

$$\sin x = \frac{tgx}{+\sqrt{1+tg^2 x}} = \frac{\frac{4a}{a^2-4}}{\sqrt{1+\frac{16a^2}{\left(a^2-4\right)^2}}} = \frac{\frac{4a}{a^2-4}}{\frac{\sqrt{a^4-8a^2+16+16a^2}}{a^2-4}} =$$

$$= \frac{4a}{\sqrt{a^4+8a^2+16}} = \frac{4a}{\sqrt{\left(a^2+4\right)^2}} = \boxed{\frac{4a}{a^2+4}}$$

7) Odrediti rešenja jednačine $2\sin^2 3x + \sin 3x - 1 = 0$ u intervalu $(0, \pi)$.

Smenom $\sin 3x = t$ jednačina postaje $2t^2 + t - 1 = 0$ čija su rešenja $t_1 = \frac{1}{2}$, $t_2 = -1$.

Prema tome zadatak se svodi na rešavanje jednačina $\sin 3x = \frac{1}{2}$ i $\sin 3x = -1$.

Rešimo najpre jednačinu $\sin x = \frac{1}{2}$ u osnovnom intervalu $[0, 2\pi]$. Znamo da je $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, a na osnovu 6^0 imamo da je $\sin\frac{\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{5\pi}{6}$ pa su tražena rešenja $x_1 = \frac{\pi}{6}$, $x_2 = \frac{5\pi}{6}$. Koristeći sada periodičnost funkcije sinus imamo da je $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ili $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ gde je k ceo broj.

Prema tome je $\sin 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ili $3x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$ ili $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \Leftrightarrow x = (12k+1)\frac{\pi}{18}$ ili $x = (12k+5)\frac{\pi}{18}$. Sada nam ostaje da odredimo ona rešenja koja pripadaju intervalu $(0, \pi)$.

$k = 0$: $x_1 = \frac{\pi}{18}$, $x_2 = \frac{5\pi}{18}$

$k = 1$: $x_3 = \frac{13\pi}{18}$, $x_4 = \frac{17\pi}{18}$

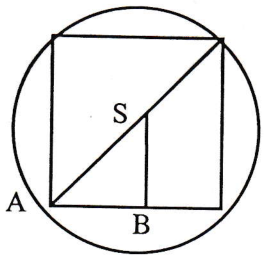
S druge strane, u osnovnom intervalu $[0, 2\pi]$ funkcija sinus uzima vrednost -1 u tački $x = \frac{3\pi}{2}$ pa je $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ gde je k ceo broj. Prema tome je $\sin 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} = (4k+3)\frac{\pi}{6}$. Sada nam ostaje da odredimo rešenja koja pripadaju intervalu $(0, \pi)$.

$k = 0$: $x_5 = \frac{\pi}{2}$

Prema tome polazna jednačina ima 5 rešenja u intervalu $(0, \pi)$.

7. ZADACI IZ PLANIMETRIJE

1) Odrediti stranicu kvadrata upisanog u krug prečnika d = 100 cm.

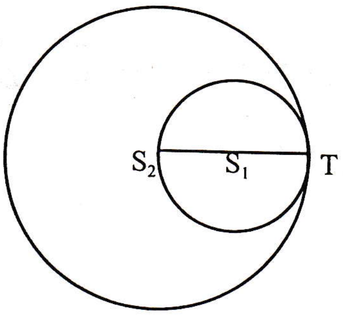


Označimo stranicu kvadrata sa a, a poluprečnik kruga sa r. Tada u pravouglom trouglu SAB imamo da je $SA=r=\frac{d}{2}=50$ cm, $AB = SB = \frac{a}{2}$ pa primenom Pitagorine teoreme dobijamo

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=r^2 \quad \text{tj.} \quad a^2=2r^2 \quad \text{tj.}$$

$a=r\sqrt{2}$ pa je $\boxed{a=50\sqrt{2}\ \text{cm.}}$

2) Krug K_1 dodiruje krug K_2 i prolazi kroz njegov centar. Odrediti površinu kruga K_2 ako je površina kruga K_1 4 cm^2.



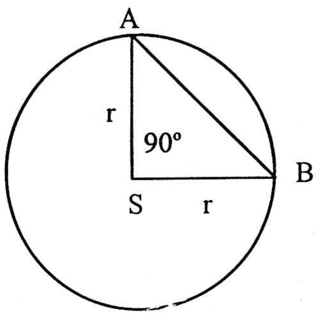
Ako krug K_1 sa centrom u S_1 i poluprečnikom r_1 dodiruje krug K_2 sa centrom u S_2 i poluprečnikom r_2 u tački T i prolazi kroz tačku S_2, onda je $S_2T = 2S_1T$, tj. $r_2 = 2r_1$. Površina kruga K_1 je $P_1 = r_1^2 \cdot \pi = 4cm^2$ i odavde sledi da površina kruga K_2 iznosi $P_2= r_2^2\pi= (2r_1)^2 \pi = 4r_1^2\pi =16\ cm^2$

3) Odrediti obim kruga čija je površina P = 1

Iz obrasca za površinu kruga $P = r^2\pi = 1$ dobijamo njegov poluprečnik $r =\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

pa je njegov obim jednak $O = 2r\pi = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cdot\pi = \boxed{2\sqrt{\pi}}$

4) Površina odsečka kruga koji odgovara luku od 90° jednaka je 1. Odredi poluprečnik tog kruga.



Površinu kružnog odsečka koji odgovara luku od 90° dobićemo kada od jedne četvrtine površine kruga oduzmemo površinu jednakokrako-pravouglog trougla ASB (vidi sliku). Prema tome, ako površinu tog kružnog odsečka označimo sa P, imamo

da je $P=\frac{1}{4}r^2\pi - \frac{1}{2}r\cdot r=1$ tj. $\frac{r^2}{4}(\pi-2)=1$

pa je $r^2=\frac{4}{\pi-2}$ i zato $r=\frac{2}{\sqrt{\pi-2}}$

5) Površina pravouglog trougla brojno je jednaka njegovom obimu za trougao sa stranicama:

a) 5, 3, 4
b) 8, 6, 10
c) 12, 9, 15
d) 12, 20, 16
e) 10, 24, 26

U svih pet slučajeva trougao je pravougli jer važi $a^2 + b^2 = c^2$ gde smo sa c označili najveću stranicu, a preostale dve sa a i b. Da bi površina P bila brojno jednaka obimu potrebno je i dovoljno kod pravouglog trogula da važi $\frac{ab}{2}=a+b+c$. Proverom lako utvrdjujemo da samo trougao u slučaju (b) zadovoljava taj uslov.

6) Koji od sledećih iskaza nije istinit ?

a) Svaki paralelogram je pravougaonik.
b) Zbir unutrašnjih uglova trougla je 180°.
c) Dijagonale pravougaonika su jednake.
d) Stranice romba su jednake
e) Kvadrat je četvorougao.

Netačan iskaz je (a). Tačan bi glasio “Svaki pravougaonik je paralelogram”.

8. RAZNI ZADACI

1) Rešiti sistem jednačina $\begin{aligned} 3x + 4y = 26 \\ 4x + 5y = 27 \end{aligned}$

Prvu jednačinu ćemo pomnožiti sa - 4, drugu jednačinu sa 3, a zatim ćemo dobijene jednačine sabrati. Na taj način dobijamo ekvivalentan sistem $\begin{aligned} \mathbf{-12x - 16y = -104} \\ \mathbf{12x + 15y = 81} \end{aligned}$ iz koga sledi y = 23. Dobijenu vrednost stavimo u bilo koju jednačinu polaznog sistema, recimo u prvu jednačinu i dobićemo $3x + 4 \cdot 23 = 26$ tj. $3x = -66$ tj. $x = -22$. Prema tome rešenje sistema je uredjen par (-22, 23).

2) Rešiti sistem jednačina $\begin{aligned} 3^{x+y} = 81 \\ 81^{x-y} = 3 \end{aligned}$

Dati sistem ekvivalentan je sistemu $\begin{aligned} 3^{x+y} = 3^4 \\ 3^{4(x-y)} = 3^1 \end{aligned}$ tj. $\begin{aligned} x + y = 4 \\ 4x - 4y = 1 \end{aligned}$ tj. $\begin{aligned} x + y = 4 \\ 8x = 17 \end{aligned}$

pa je rešenje sistema $\mathbf{x = \frac{17}{8}}, \quad \mathbf{y = \frac{15}{8}}$.

3) Medju sledećim izrazima odrediti one čija je brojna vrednost 1.

a) $\cos(\log_2 1)$
b) $-\log_2(\cos 60^\circ)$
c) $\log_3(2 + \cos 0)$
d) $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ$

a) $\cos(\log_2 1) = \cos 0 = 1$

b) $-\log_2(\cos 60^\circ) = -\log_2 \frac{1}{2} = -\log_2 2^{-1} = -(-1) = 1$

c) $\log_3(2 + \cos 0) = \log_3(2+1) = \log_3 3 = 1$

d) $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

Prema tome, brojnu vrednost 1 imaju izrazi (a), (b) i (c).

4) Koji medju sledećim izrazima nema vrednost 1 ?

a) $\log_3(2 + \text{tg } 45^\circ)$
b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(1 - \sin 30^\circ\right)$
c) $\log_2(\text{tg}45^\circ + \cos 60^\circ - \sin 30^\circ)$
d) $\log_2(2 - \cos 90^\circ)$
e) $\log_3(2 + \sin 30^\circ + \cos 60^\circ)$

a) $\log_3(2 + \text{tg } 45^\circ) = \log_3(2 + 1) = \log_3 3 = 1$

b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(1 - \sin 30^\circ\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$

c) $\log_2(\text{tg}45^\circ + \cos 60^\circ - \sin 30^\circ) = \log_2\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = \log_2 1 = 0$

d) $\log_2(2 - \cos 90^\circ) = \log_2(2 - 0) = \log_2 2 = 1$

e) $\log_3(2 + \sin 30^\circ + \cos 60^\circ) = \log_3\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \log_3 3 = 1$

To je dakle izraz (c).

5) Šta je tačno ?

a) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{7}{9}$

b) $\log_2 \sqrt{3} = \frac{1}{2}\log_2 3$

c) $a^2 + a^3 = a^5$

d) $a^2 \cdot a^3 = a^6$

e) $\frac{a}{a+b} = 1 + \frac{a}{b}$

Tačno je samo (b). U ostalim slučajevima možemo primetiti:

a) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{31}{20}$

c) Formula ovakvog tipa ne postoji

d) $a^2 \cdot a^3 = a^5$

e) $\frac{a+b}{b} = 1 + \frac{a}{b}$

6) Koji medju sledećim izrazima ima vrednost 1?

a) $\sin^2 90° + \log_9 9$
b) $2\sin 30° \cdot \cos 30°$
c) $\log_3(1 - \sin 30°)$
d) $\cos^2 180° + \log_9 9$
e) $tg 60° \cdot ctg\, 60°$

a) $\sin^2 90° + \log_9 9 = 1^2 + 1 = 2$

b) $2\sin 30° \cdot \cos 30° = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\log_3(1 - \sin 30°) = \log_3\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \log_3 \frac{1}{2} \neq 1$ jer $3 \neq \frac{1}{2}$

d) $\cos^2 180° + \log_9 9 = (-1)^2 + 1 = 2$

e) $tg 60° \cdot ctg\, 60° = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$

To je dakle izraz (e). Podsetimo da je $tg\, x \cdot ctg\, x = 1$ u svakoj tački x u kojoj su obe funkcije definisane.

7) Šta je tačno?

a) $\frac{\log_a x}{\log_a y} = \log_a x - \log_a y$
b) $a(xy) = ax \cdot ay$
c) $\log_a(x-y) = \log_a x - \log_a y$
d) $a(x - y) = ax - ay$

Tačno je samo (d). Podsetimo se da je $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

8) Koji izrazi imaju negativnu brojnu vrednost ?

a) $\sin 30° + \cos 150°$
b) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$
c) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$
d) $\log_2(\cos 60°)$

a)$\sin 30° + \cos 150° = \sin 30° + \cos(180° - 30°) = \sin 30° - \cos 30°$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{2} < 0$$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2} = \frac{25}{9} > 0$

c)$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} > 0$ jer $\frac{1}{3} < 1$ i $\frac{1}{2} < 1$

d) $\log_2(\cos 60°) = \log_2 \frac{1}{2} = -1 < 0$

To su dakle izrazi (a) i (d).

9) Koji medju sledećim izrazima nema vrednost 1 ?

a) $\cos(\log_3(2\sin 30°))$

b) $\log_4(5 - 2\cos 60°)$

c) $\log_2(\mathrm{tg} 45° + \mathrm{ctg}\, 45°)$

d) $\log_3(2 + \cos 180°)$

e) $\log_2(1 - \cos 180°)$

a) $\cos(\log_3(2\sin 30°)) = \cos\left(\log_3 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = \cos(\log_3 1) = \cos 0 = 1$

b) $\log_4(5 - 2\cos 60°) = \log_4\left(5 - 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = \log_4 4 = 1$

c) $\log_2(\mathrm{tg} 45° + \mathrm{ctg}\, 45°) = \log_2(1 + 1) = \log_2 2 = 1$

d) $\log_3(2 + \cos 180°) = \log_3(2 - 1) = \log_3 1 = 0$

e) $\log_2(1 - \cos 180°) = \log_2(1 - (-1)) = \log_2 2 = 1$

To je dakle izraz (d).

10) Pronadjite grešku !

a) $\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}=\frac{1}{2}\sin x$

b) $\sin(x+y)=\sin x\cdot\cos y+\cos x\cdot\sin y$

c) $\log_2 x^3=3\log_2 x$

d) $(a^x)^y=a^{xy}$

e) $2\sin^2 4x=1+\cos 8x$

Greška je u (e). Ispravno je $2\sin^2 4x = 1 - \cos 8x$.

11) Date su funkcije $f(x)=\frac{2x-1}{x+2}$ i $g(x)=\frac{x+1}{x-3}$. Odrediti $f(g(1))\cdot g(f(1))$.

$$f(1)=\frac{2\cdot1-1}{1+2}=\frac{1}{3}\quad\text{pa je}\quad g(f(1))=g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\frac{1}{3}+1}{\frac{1}{3}-3}=\frac{\frac{4}{3}}{-\frac{8}{3}}=\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2}$$

Sa druge strane je $g(1)=\frac{1+1}{1-3}=-1$ i zato $f(g(1))=f(-1)=\frac{2(-1)-1}{-1+2}=-3$.

Otuda je $f(g(1))\cdot g(f(1))=(-3)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\boxed{\frac{3}{2}}$

12) Date su funkcije $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$, $g(x)=\log_3 x$. Naći $g(f(2))$.

$$f(2)=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}\ \text{pa je}\ g(f(2))=g\left(\frac{1}{3}\right)=\log_3\frac{1}{3}=\log_3 3^{-1}=\boxed{-1}$$

13) Data je funkcija $f(x)=\frac{x}{a^x-1}+\frac{x}{2}$. Ako je $a=\frac{1}{9}$, naći $f(\frac{1}{2})$.

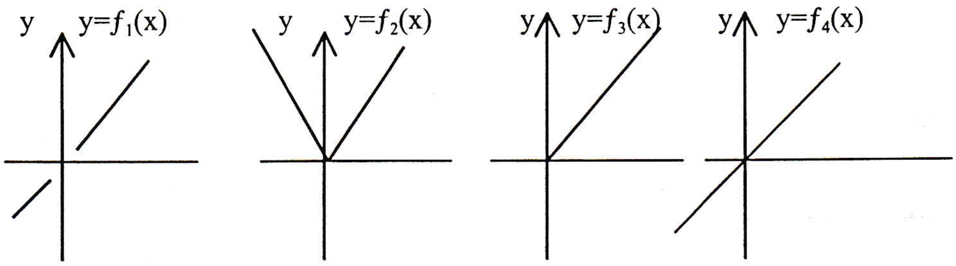
$$f(\frac{1}{2})=\frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}-1}+\frac{\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{9}}-1}+\frac{1}{4}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}-1}+\frac{1}{4}=\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{2}{3}}+\frac{1}{4}=\frac{-3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{-2}{4}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

14) Ako je $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-3}$, odrediti $f\,(f(x))$

$$f(f(x)) = f\left(\frac{3x+1}{x-3}\right) = \frac{3\cdot\left(\dfrac{3x+1}{x-3}\right)+1}{\dfrac{3x+1}{x-3}-3} = \frac{\dfrac{9x+3}{x-3}+1}{\dfrac{3x+1-3(x-3)}{x-3}} = \frac{\dfrac{9x+3+x-3}{x-3}}{\dfrac{3x+1-3+9}{x-3}} = \frac{\dfrac{10x}{x-3}}{\dfrac{10}{x-3}} = x$$

15) Date su funkcije $f_1(x) = \dfrac{x^2}{x}$, $f_2(x) = \sqrt{x^2}$, $f_3(x) = \left(\sqrt{x}\right)^2$ i $f_4(x) = x$ Da li medju njima ima jednakih ?

Podsetimo se da su dve realne funkcije $f_1 : D_1 \to R$ i $f_2 : D_2 \to R$ jednake ako i samo ako je $D_1 = D_2$ i $f_1(x) = f_2(x)$ za svako $x \in D_1 = D_2$. Oblasti definisanosti datih funkcija su sledeće: $D_1 = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, $D_2 = (-\infty, +\infty)$, $D_3 = [0, +\infty)$ i $D_4 = (-\infty, +\infty)$. Prema tome prvi uslov za jednakost funkcija zadovoljavaju f_2 i f_4. Medjutim $f_2(x) = \sqrt{x^2} = |x|$ pa zato medju datim funkcijama nema jednakih. Primetimo da bi sve funkcije bile jednake ako bismo ih definisali na $(0, +\infty)$. To se lepo vidi iz njihovih grafika.



16) Neka porodica utroši trećinu prihoda na stanarinu i grejanje, a 75% preostalog dela na ishranu. Koliki su izdaci za ishranu te porodice ?

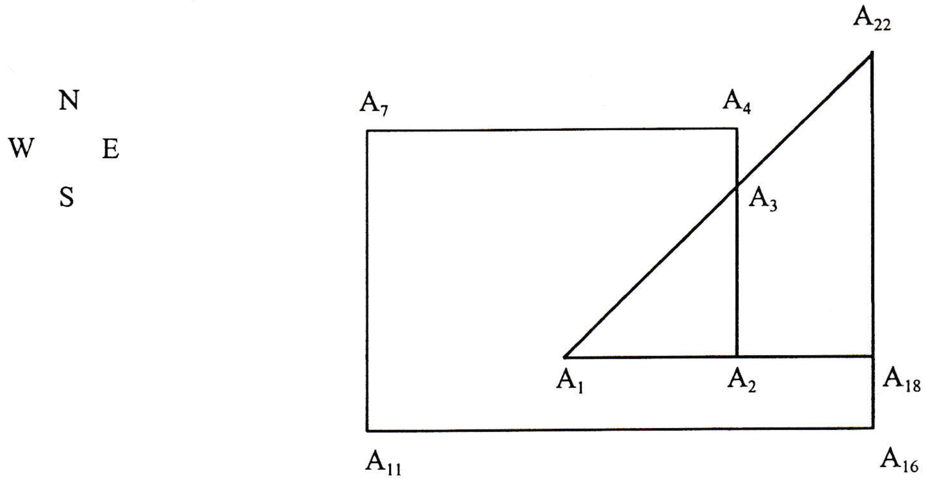
Označimo sa p ukupan prihod te porodice. Tada izdaci za ishranu iznose

$$75\%\left(p - \frac{1}{3}p\right) = \frac{75}{100}\cdot\frac{2}{3}\cdot p = \frac{1}{2}p = 50\%p.$$

17) Za numeraciju stranica rečnika potrebno je 6869 cifara. Koliko stranica ima rečnik ?

Numeraciju počinjemo brojem 1. Za numeraciju stranica od 1 do 9 potrebno je $9 \cdot 1 = 9$ cifara; za numeraciju stranica od 10 - 99 (dvocifreni brojevi) potrebno je $90 \cdot 2 = 180$cifara; za numeraciju stranica od 100-999 (trocifreni brojevi) potrebno je $900 \cdot 3 = 2700$ cifara. Dakle za numeraciju prvih 999 stranica rečnika potrebno je $9 + 180 + 2700 = 2889$ cifara pa nam je ostalo još 6869-1889 = 3980 cifara za numeraciju stranica sa više od tri cifre. Pošto četvorocifrenih brojeva ima 9000, jasno je da na svim ostalim stranicama mogu biti samo četvorocifreni brojevi, tj. $4a = 3980$ gde smo sa a označili broj preostalih stranica. Otuda je $a = 995$ pa je broj stranica rečnika $999 + 995 = \boxed{1994}$.

18) Putnik ide 1 km na istok, 2 km na sever, 3 km na zapad, 4 km na jug, 5 km na istok i 6 km na sever. Naći rastojanje izmedju krajnjih tačaka.



Neka je početna tačka A_1, krajnja tačka A_{22} i rastojanje $A_iA_{i+1} = 1$ km za $i = 1, 2, ...21$. Tada u pravouglom trouglu $A_1A_{18}A_{22}$ imamo da je $A_1A_{18} = 3$ km, $A_{18}A_{22} = 4$ km, pa je traženo rastojanje $A_1A_{22} = \sqrt{3^2 + 4^2}\,\text{km} = \boxed{5\text{km}}$.

19) "Svi traktori poljoprivrednog gazdinstva XYZ su ispravni". Kako glasi suprotan iskaz ?

Zadaci ovot tipa rešavaju se primenom logičkog zakona koji se može iskazati na sledeći način:

a) Suprotno od svi elementi skupa X imaju osobinu Π je bar jedan element skupa X nema osobinu Π ili kraće $\boxed{\text{"svi da } \neq \text{ bar jedan ne" .}}$

b) Suprotno od nijedan element skupa X nema osobinu Π je bar jedan element skupa X ima osobinu Π ili kraće $\boxed{\text{"niko ne } \neq \text{ bar jedan da" .}}$

Prema tome, suprotan iskaz biće:

"Bar jedan traktor poljoprivrednog gazdinstva XYZ je neispravan".

20) "Bar jedan trkač je brži od Carla Lewisa". Kako glasi suprotan iskaz ?

To će biti iskaz:

"Nijedan trkač nije brži od Carla Lewisa".

II DEO

TEST 1

I Ako je $f(x) = \dfrac{3x-5}{10x+7}$, onda je $f(f(0)) =$

1) 40
2) 50
3) 60
4) 70
5) 80

II Skup rešenja nejednačine $\log_2(3 - x) < 1$ je:

1) $(1,3)$
2) $(0,2)$
3) $(1, +\infty)$
4) nema rešenja
5) $(-1, 2)$

III Vrednost izraza $\left(\dfrac{11}{3} - \dfrac{2}{3} : \dfrac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ je:

1) $\dfrac{1}{2}$
2) $\dfrac{5}{3}$
3) 1,7
4) 2
5) 0,6

IV Zbir svih brojeva x za koje je recipročna vrednost broja x - 2 dva puta manja od broja x - 3 je:

1) 5
2) 0
3) -5
4) 3
5) -3

V Hipotenuza pravouglog trougla je dva puta veća od jedne katete. Oštri uglovi tog trougla su:

1) 18° i 72°
2) 30° i 60°
3) 45° i 45°
4) 15° i 75°
5) 27° i 63°

VI Broj rešenja jednačine $\sin x = \sin 2x$ u intervalu $[0, 2\pi]$ je:

1) 5
2) 3
3) 2
4) 4
5) 6

VII $\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\cdot\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}=$

1) $\frac{a}{b}$
2) $\frac{1}{ab}$
3) $-\frac{1}{ab}$
4) $-\frac{1}{b}$
5) $\frac{1}{b}$

VIII Ako je $f(2x - 1) = 4x^2 - 3$ onda je $f(2x + 1) =$

1) $4x^2 + 8x + 1$
2) $4x^2+3$
3) $4x^2 - 8x + 1$
4) $16x^2 + 16x + 1$
5) $4x^2 + 1$

IX Skup rešenja nejednačine $\frac{7x-12}{x-2} < 6$ je:

1) $(-\infty, 0)$
2) $(0, 2)$
3) $(2, +\infty)$
4) $(7, 12)$
5) $(6, 7)$

X Broj realnih rešenja jednačine $2^{2x^2-7x+5} = 1$ je:

1) 0
2) 1
3) 2
4) 4
5) veći od 4

XI Broj presečnih tačaka grafika funkcija $f(x) = |x|$ i $g(x) = x^2$ je :

1) 3
2) 2
3) 1
4) 0
5) Beskonačno mnogo

XII Rešenje jednačine $10^{\log_{10} 9} = 8x + 5$ je :

1) 0
2) $\frac{1}{2}$
3) $\frac{5}{8}$
4) $2\log_{10}3 - 5$
5) $\frac{9}{8}$

XIII Skup rešenja nejednačine $\frac{x^2 - 7}{x^2 - 4x} > 2$ je :

1) $(1, 7)$
2) $(0,1) \cup (7, +\infty)$
3) $(0,1) \cup (4, 7)$
4) $(1, 4)$
5) $(0, 2)$

XIV Koja od formula nije tačna ?

1) $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
2) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$
3) $2\cos^2 4x = 1 + \cos 2x$
4) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
5) $\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}\sin x$

XV Dužine stranica trougla su: 25 cm, 29 cm i 36 cm.
Najmanja visina tog trougla je:

1) 20 cm
2) 18 cm
3) 16 cm
4) 14 cm
5) 12 cm

TEST 2

I Ako su x, y, z tri pozitivna broja takva da je x manji od y i z veći od y, tada je najveći od sledećih brojeva:

1) $\frac{y}{x}$; 2) $\frac{z}{x}$; 3) $\frac{z}{y}$; 4) $\frac{x}{y}$; 5) $\frac{y}{z}$.

II Ako je 2 koren jednačine $x^2 + ax + 10 = 0$, tada koeficijent a je:

1) 10 2) 9 3) 2 4) -2 5) -7

III Jedna stranica trougla je 4 m, a dva ugla su po 60°. Površina trougla je:

1) $8\sqrt{3}\ m^2$
2) $8\ m^2$
3) $4\sqrt{3}\ m^2$
4) $4m^2$
5) $2\sqrt{3}\ m^2$

IV Dat je iskaz: "Svi muškarci su dobri vozači". Suprotan iskaz je:

1) Sve žene su dobri vozači
2) Neke žene su dobri vozači
3) Nijedan muškarac nije dobar vozač
4) Svi muškarci su loši vozači
5) Najmanje jedan muškarac je loš vozač

V Za neki realan broj k, proizvod korena jednačine $x^2 - 3kx + 2k^2 - 1 = 0$ je 7. Koreni jednačine su:

1) celi i pozitivni
2) celi i negativni
3) racionalni ali ne celi
4) iracionalni
5) imaginarni

VI Koji od sledećih izraza ima vrednost 0 ?

1) $\log_2(2\cos^2 45° + \sin 90°)$
2) $\log_3(3\mathrm{tg}^2 30° + 2\sin 90°)$
3) $\sin 180° - \cos 180°$
4) $\log_3(2\mathrm{ctg}^2 60° + \mathrm{tg}^2 30°)$
5) $\cos^2 180° - \sin^2 180°$

VII Ako je $f(x) = \dfrac{7-4x}{2x-4}$, koliko je $f\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}\right)$?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

VIII Saznavši da je cena mleka skočila za 150%, Vlada je odlučila da je vrati na prethodni nivo. Za koliko procenata će pojeftiniti mleko ?

1) 150% 2) 100% 3) 90% 4) 85% 5) 60%

IX Ako je $f(x) = \cos 2x$ i $g(x) = 2x^2 - x$, onda je $g(f(x)) =$

1) $\sin^2 2x + \cos 2x$
2) $\sin^2 x + 2\cos 4x$
3) $2\sin^2 x + \cos 4x$
4) $2\sin^2 x + \cos 2x$
5) $\sin^2 x + \cos 4x$

X Rešenje jednačine $x^2 + |x| - 2 = 0$ je:

1) $x = -2, x = 1$
2) $x = -2, x = -1, x = 1, x = 2$
3) $x = -1, x = 1$
4) $x = -2, x = 2$
5) $x = -1, x = 2$

XI Ako se stranica kvadrata smanji za 2 cm, njegova površina će se smanjiti za 20 cm^2. Dužina stranice je :

1) 3 cm 2) 4 cm 3) 5 cm 4) 6 cm 5) 7 cm

XII Skup rešenja nejednačine $\log_2\left(\dfrac{2x-3}{9-x}\right) > 0$ je:

1) $\left(\dfrac{3}{2}, 9\right)$ 2) $(2, 9)$ 3) $(3, 9)$ 4) $\left(\dfrac{7}{2}, 9\right)$ 5) $(4, 9)$

XIII Skup rešenja nejednačine $|x^2 - 3x + 3| > 1$ je:

1) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$
2) $(1, 2)$
3) $(-\infty, \infty)$
4) $(1, \infty)$
5) $(-\infty, 2)$

XIV Rešenje jednačine $\log_3(x + 5) = 2$ je:

1) $x = -5$
2) $x = 4$
3) $x = 3$
4) svaki realan broj x
5) nema rešenja

XV Ako je $f(x) = \log_2 x$ i $g(x) = 2^{2x}$ tada je $f(g(1)) - g(f(1)) =$

1) 1 2) 0 3) -1 4) 4 5) 2

TEST 3

I Ako je $K = (1993 \cdot 1995)^{\frac{1}{2}}$ tada je:

1) $K < 1993$
2) $K = 1993$
3) $1993 < K < 1994$
4) $K = 1994$
5) $1994 < K < 1995$

II Proizvod rešenja jednačine $3^{2x^2-5x} = \frac{1}{9}$ je:

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4

III Dva broja se odnose kao 2 : 3. Ako se prvi uveća za 1 a drugi za 4, odnose se kao 1 : 2. Koji su to brojevi ?

1) 2 i 3 2) 4 i 6 3) 6 i 9 4) 8 i 12 5) 10 i 15

IV Koji od navedenih izraza ima brojnu vrednost različitu od nule?

1) $\log_4 \log_3 \log_2 8$
2) $\log_2(2\sin^2 45° + \cos 90°)$
3) $tg45° - ctg45°$
4) $\log_2(\sin 30° + \cos 60°)$
5) $\log_2(2\cos^2 45° + \sin 90°)$

V Za koliko procenata se povećava površina kvadrata ako se njegov obim povećava za 40% ?

1) 40% 2) 56% 3) 72% 4) 96% 5) 160%

VI Ako je $A = \frac{x^2+y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy+y^2} - \frac{y^2}{x^2+xy}$ tada je $A =$

1) $\frac{x+y}{xy}$ 2) 0 3) $\frac{1}{xy+y^2}$ 4) 1 5) $\frac{y}{x^2+xy}$

VII Skup rešenja nejednačine $\log_{0,5}(x^2 - 4x + 3) \geq -3$ je:

1) $[-1, 1) \cup (3, 5]$
2) $[-1, 3)$
3) $(-1, 5]$
4) $[-1, 5)$
5) $(1, 3)$

VIII Iznajmljivanje jedne video kasete košta 1 dinar. Za svaku kasetu posle pete plaća se 20% manje. Koliko košta iznajmljivanje 8 video kaseta?

1) 6,80 2) 7 3) 7,20 4) 7,40 5) 7,60

IX Dijagonala jednog kvadrata je x + y. Obim drugog kvadrata čija je površina dva puta veća od prvog je :

1) $(x + y)^2$
2) $\sqrt{2}(x + y)$
3) $2(x + y)$
4) $\sqrt{8}(x + y)$
5) $4(x + y)$

X Skup rešenja nejednačine $\left|\frac{5-x}{3}\right| < 2$ je :

1) $1 < x < 11$
2) $-1 < x < 11$
3) $x < 11$
4) $x > 11$
5) $|x| < 6$

XI Ako je $A = \frac{\sin x - \cos x + 1}{\sin x + \cos x - 1}$, tada je A =

1) 1
2) $\frac{1 + \sin x}{\cos x}$
3) $\frac{\cos x - 1}{\sin x}$
4) $\frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$
5) $\frac{1}{\sin x - \cos x}$

XII Ako je $f(x) = \log_2 x$ i $g(x) = 2^{2x}$, tada je $f(g(1)) - g(f(1)) =$

1) 1 2) 0 3) -1 4) 4 5) 2

XIII Šta nije ispravno ?

1) $\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a}$

2) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$

3) $-(a - b - c) = b + c - a$

4) $\frac{(a-1)^2 + 1 - a}{(a-1)^4} = \frac{a-2}{(a-1)^3}$

5) $\frac{a}{a+b} = 1 + \frac{a}{b}$

XIV Ako je $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$ tada je $x + \frac{1}{x}$

1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{3}{4}$ 5) $\frac{3}{2}$

XV Vrednost izraza $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \cdot \frac{12}{5}\right)^{-2}$ je :

1) 1 2) 0,49 3) $\frac{10}{7}$ 4) $\frac{175}{348}$ 5) $\frac{400}{361}$

TEST 4

I Skup rešenja nejednačine $\frac{2x-3}{3-4x} > 1$ je :

1) $(-\infty, 1)$ 2) $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$ 3) $(1, \infty)$ 4) $(-1, 0)$ 5) $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$

II Rešenje sistema jednačina $\begin{array}{l} 12x + 11y = 1386 \\ 13x + 12y = 1507 \end{array}$ je :

1) $x = 44, y = 66$
2) $x = 55, y = 44$
3) $x = 66, y = 55$
4) $x = 44, y = 55$
5) $x = 55, y = 66$

III Date su funkcije $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ i $g(x) = \frac{9x+7}{1-3x}$.
Odrediti $g(f(2)) - f(g(2))$

1) 31 2) 33 3) 35 4) 37 5) 39

IV Oba rešenja jednačine $4x^2 - 8x + 3 = 0$ pripadaju intervalu :

1) $(-2, 0)$ 2) $(-1, 1)$ 3) $(0, 2)$ 4) $(1, 3)$ 5) $(2, 4)$

V Skup rešenja nejednačine $-1 - 2\log_4 x > 0$ je :

1) $(0, \frac{1}{2})$
2) $(\frac{1}{2}, \infty)$
3) nema rešenja
4) $(0, \infty)$
5) $(-\infty, 0)$

VI Koji izraz ima najveću brojnu vrednost ?

1) $3tg^2 30^\circ + \cos 180^\circ$
2) $\log_2(\sin 90^\circ - \sin 30^\circ)$
3) $\sin^2 45^\circ + \cos 60^\circ$
4) $\log_2(tg^2 60^\circ - \cos 180^\circ)$
5) $\log_2(tg^2 60^\circ + \cos 180^\circ)$

VII Izračunati $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

1) -1 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $-\frac{4}{3}$ 4) 4 5) 2

VIII Zbir rešenja jednačine $2^{x^2-x-5} = \frac{1}{8}$ je:

1) 1 2) -2 3) 0 4) -1 5) 2

IX Pronadjite pogrešnu formulu !

1) $1-\cos 4x = 2\sin^2 2x$
2) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$
3) $1 + \cos 2x = 2\cos^2 x$
4) $\sin 3x = 3\sin x \cos x$
5) $\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}\sin x$

X Skup rešenja nejednačine $\frac{4-x^2}{(x+1)^2} > 0$ je:

1) (-2, 2)
2) $(-2, -1) \cup (-1, 2)$
3) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
4) (-1, 2)
5) $(-\infty, -2)$

XI Proizvod rešenja jednačine $\log_2(2x^2 - 3x - 1) = 0$ je :

1) 1 2) -2 3) 2 4) 6 5) -1

XII U kojem paru se nalaze izrazi čije su brojne vrednosti jednake ?

1) $\log_2(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ)$, $\log_2(1 + tg^2 60^\circ)$

2) $\log_3(1 + tg 45^\circ + ctg 45^\circ)$, $\log_3(2+\cos 180^\circ)$

3) $\log_2(\sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ)$, $(1 - \cos 180^\circ)^{-1}$

4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 180^\circ}, \log_2\left(1 + ctg^2 30^\circ\right)$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 180^\circ}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin 90^\circ}$

XIII Ako je $f(x) = 20x^2 + 20 - 41x$, koliko je $f\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right)$?

1) $\frac{15}{4}$ 2) 0 3) $\frac{5}{12}$ 4) 2 5) $\frac{1}{6}$

XIV Skup rešenja nejednačine $(2x - x^2 - 10)(x - 3) > 0$ je :

1) $(-2, 4)$ 2) $(-\infty, 3)$ 3) $(-3, \infty)$ 4) $(3, \infty)$ 5) $(-2, 4) \cup (3, \infty)$

XV Rešiti jednačinu $|x| = \frac{1}{2}x - 2$

1) $x = -4$

2) $x = \frac{4}{3}$

3) nema rešenja

4) $x = 0$

5) $x = -2$

TEST 5

I Broj rešenja jednačine $2\sin 3x - 1 = 0$ u intervalu $(0, \pi)$ iznosi:

1) beskonačno mnogo
2) 2
3) 3
4) 4
5) 5

II Skup rešenja nejednačine $\dfrac{2-x}{\sqrt{x}} > 1$ je:

1) $(-\infty, 1) \cup (4, \infty)$
2) $(4, \infty)$
3) $(2, 4)$
4) $(0, 2)$
5) $(0, 1)$

III Ako je $x = 2$ rešenje jednačine $x^2 + ax + 10 = 0$, onda je $a =$

1) 10 2) 9 3) 2 4) -2 5) -7

IV Rešenje sistema jednačina $\begin{matrix} 3^{x+y} = 81 \\ 81^{x-y} = 3 \end{matrix}$ je:

1) $x = 2, \quad y = 2$
2) $x = \dfrac{1}{2}, \quad y = \dfrac{1}{3}$
3) $x = \dfrac{17}{8}, \quad y = \dfrac{15}{8}$
4) $x = -2, \quad y = 3$
5) $x = \dfrac{15}{8}, \quad y = \dfrac{17}{8}$

V Teme parabole $y = x^2 - 8x + c$ nalazi se na X-osi ako i samo ako je $c =$

1) -16 2) -4 3) 4 4) 8 5) 16

VI Jednačina $3 - \dfrac{7}{x-3} = x - \dfrac{7}{x-3}$ ima

1) beskonačno mnogo rešenja
2) nema rešenja
3) jedno rešenje
4) jedno dvostruko rešenje
5) dva rešenja

VII Skup rešenja nejednačine $\frac{(1+x)^3}{1-x} > 0$ je:

1) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
2) $(1, \infty)$
3) $(-1, \infty)$
4) $(-\infty, -1)$
5) $(-1, 1)$

VIII Rešenje jednačine $\log_2 x - \log_2(x + 3) = 2$ je:

1) $x = -4$ 2) $x = 4$ 3) $x = -3$ 4) $x = 0$ 5) nema rešenja

IX Ako je u pravouglom trouglu hipotenuza $c = 50$ cm i visina nad njom $h = 24$ cm, onda je obim tog trougla $O =$

1) 100 cm 2) 120 cm 3) 140 cm 4) 160 cm 5) 180 cm

X Rešenje jednačine $\log_3(\log_5 x) = 1$ nalazi se u intervalu :

1) (30, 50)
2) (50, 70)
3) (70, 90)
4) (90, 110)
5) (110, 130)

XI Skup rešenja nejednačine $\frac{x+4}{x^2+x} > 1$ je :

1) $(-4, 0)$
2) $(-2, 2)$
3) $(-4,-2) \cup (0, 2)$
4) $(-2, -1) \cup (0, 2)$
5) $(-4, 2)$

XII Koji od sledećih izraza ima najmanju brojnu vrednost ?

1) $\frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$
2) $\log_3 4 - \log_3(\frac{1}{3} + 1)$
3) $\frac{1}{2^3+1} + \frac{1}{2^{-3}+1}$
4) $\sin 0 + \cos 0 + \mathrm{tg} 0$
5) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$

XIII Skup rešenja nejednačine $\log_3\left(\frac{x}{4-x}\right) > 0$ je:

1) $(0, \infty)$ 2) $(0, 4)$ 3) $(2, 4)$ 4) $(0, 2)$ 5) $(1, 3)$

XIV Jednačina $\sqrt{x} = x - 6$

1) nema rešenja
2) ima dva rešenja u intervalu (3, 10)
3) ima jedno rešenje u intevalu (3, 8)
4) ima dva rešenja u intervalu (3, 6)
5) ima jedno rešenje u intervalu (6, 10)

XV Ako je $\sin x = \frac{3}{5}$ a x oštar ugao, onda je $\cos x =$

1) $\frac{3}{4}$ 2) 0 3) $\frac{4}{5}$ 4) $\frac{2}{3}$ 5) $\frac{1}{3}$

TEST 6

I Vrednost izraza $\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-0{,}75\right)^{-2}+10{,}24\right]^{\frac{1}{4}}$ je:

1) $\frac{1}{2}$ 2) 4 3) 2 4) 0 5) $\frac{8}{9}$

II Ako je $f(x)=\frac{x+2}{3x+4}$ onda je $f\left(f\left(-\frac{3}{2}\right)\right)=$

1) 0 2) 4 3) 2 4) 3 5) 1

III Jednačina $\sqrt{3x^2-4x+2}=3-2x$

1) nema rešenja
2) ima tačno dva rešenja
3) ima više od tri rešenja
4) ima tačno jedno rešenje
5) ima tačno tri rešenja

IV Ako je , $tg\alpha=\frac{5}{12}$, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ onda je $\sin\alpha+\cos\alpha=$

1) $\frac{13}{12}$ 2) 0 3) $\frac{5}{12}$ 4) 1 5) $\frac{17}{13}$

V Zbir rešenja jednačine $\frac{x+4}{2x+15}=\frac{1}{x}$ je :

1) -4 2) -3 3) -2 4) -1 5) 0

VI Skup rešenja nejedačine $x^2<\frac{8}{x}$ je :

1) $(-\infty,0)$ 2) $(2,\infty)$ 3) $(0,2)$ 4) $[0,2)$ 5) $[0,2]$

VII Rešenja jednačine $x^2 - 2x + m = 0$ su različiti pozitivni brojevi ako m pripada intervalu

1) $(0,1)$ 2) $(0,2)$ 3) $(-\infty,1)$ 4) $(0,\infty)$ 5) $(0,1]$

VIII Koja jednakost nije tačna za svako x ?

a) $1+\cos 2x = 2\cos^2 x$

b) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

c) $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos 2x$

d) $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

e) $\sin^2 3x = \frac{1}{2}(1-\cos 6x)$

1) a) 2) d) 3) b) 4) c) 5) e)

IX Obim pravougaonika je 14 cm a dužina dijagonale 5 cm. Površina ovog pravougaonika je :

1) 12 cm^2 2) 18cm^2 3) 7cm^2 4) 15cm^2 5) 20cm^2

X Skup rešenja nejednačine $\frac{2x-1}{x+3} > 1$ je :

1) $[4,\infty)$ 2) $(-\infty,-3)\cup(4,\infty)$ 3) $(-\infty,-3)\cup(-2,\infty)$

4) $(-\infty,3)$ 5) $(-\infty,-3)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

XI Rešenje jednačine $2\cdot 3^{2x-1} = 54$ je:

1) -1 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) 1 5) 2

XII Koji od sledećih izraza nema vrednost 1 ?

a) $\log_3\left(2+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right)$

b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sin\frac{\pi}{6}\right)$

c) $\log_2\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{6}\right)$

d) $\log_2\left(2-\cos\frac{\pi}{2}\right)$

e) $\log_3\left(2+\sin\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{3}\right)$

1) e) 2) a) 3) d) 4) c) 5) b)

XIII Rešenje jednačine $|x+2|=2x+3$ je :

1) $\{1, -\frac{5}{3}\}$ 2) $\{-1\}$ 3) $\{-\frac{5}{3}, -1\}$ 4) $\{\frac{3}{5}\}$ 5) $\{\frac{3}{5}, 1\}$

XIV Rešenje (x, y) sistema jednačina

$$\log^2 x+\log^2 y=100$$
$$\log x-\log y=2$$
je :

1) $(10^8, 10^6)$ i $(10^{-6}, 10^{-8})$
2) $(10^{-8}, 10^6)$ i $(10^{-6}, 10^8)$
3) $(10^8, 10^{-6})$
4) $(10^{-8}, 10^6)$ i $(10^{-8}, 10^{-6})$
5) $(10^{-8}, 10^6)$

XV Skup rešenja nejednačine $\log_3(4-x)>0$ je :

1) $(-\infty,4)$ 2) $(3,\infty)$ 3) $(4,\infty)$ 4) $(-\infty,3)$ 5) $(3,4)$

TEST 7

I Vrednost izraza $\left(\frac{1}{1+\sqrt{5}}+\frac{1}{1-\sqrt{5}}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{1+\sqrt{5}}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{1-\sqrt{5}}\right)^{-2}$ jednaka je:

1) $(1+\sqrt{5})^2$ 2) $1-\sqrt{5}$ 3) 16 4) $16+4\sqrt{5}$ 5) 8

II Proizvod svih rešenja jednačine $x^2-2|x|-3=0$ je:

1) -3 2) 3 3) 9 4) -9 5) $-\frac{3}{2}$

III Skup svih rešenja nejednačine $\frac{x^2+x-3}{x^2-x-2}>\frac{3}{2}$ je :

1) $(0,5)$ 2) $(-1,0)\cup(2,5)$ 3) $(-1,\infty)$ 4) $(-\infty,2)\cup(5,\infty)$ 5) $(-1,2)$

IV Jednačina $\left|x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}x-1$

1) nema rešenja
2) ima tačno jedno rešenje
3) ima tačno dva rešenja
4) ima tačno tri rešenja
5) ima više od tri rešenja

V Centar opisanog kruga oko pravouglog trougla je :

1) težište trougla
2) presek simetrala unutrašnjih uglova trougla
3) sredina hipotenuze trougla
4) presek visina trougla
5) tačka koja deli hipotenuzu u odnosu 2:1

VI Broj rešenja jednačine $2\sin^2 x - \sin x - 3 = 0$ u intervalu $(\pi,2\pi)$ je :

1) 0 2) 2 3) bar 4 4) 1 5) 3

VII Proizvod rešenja jednačine $(0{,}5)^{x^2-x-5}=8$ jednak je

1) -5 2) 1 3) -2 4) -3 5) 3

VIII U jednakokrakom trouglu osnovica a jednaka je visini h_a. Poluprečnik opisanog kruga oko ovog trougla je :

1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{5}{8}a$ 3) $\frac{8}{5}a$ 4) $\frac{5}{8}a^2$ 5) $\frac{5}{4}a$

IX Proizvod $\left(1-\sin\frac{\pi}{12}\right)\left(1+\sin\frac{\pi}{12}\right)$ je jednak :

1) $\frac{\sqrt{3}+2}{4}$ 2) $\frac{\sqrt{2}+2}{4}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ 4) $\frac{3}{4}$ 5) 1

X Skup svih rešenja nejednačine $(x+3)^3-(x+1)^3<56$ je :

1) $(-\infty,\infty)$
2) $(-\infty,-5)\cup(1,\infty)$
3) $(-\infty,-1)\cup(5,\infty)$
4) $[-5,1]$
5) $(-5,1)$

XI Jednačina $\sqrt{x+6}=3-2x$

1) nema rešenja
2) ima tačno jedno rešenje
3) ima tačno dva rešenja
4) ima tačno tri rešenja
5) ima više od tri rešenja

XII Zbir kvadrata rešenja jednačine $\log_3\left(\log_2\frac{x^2+2}{x+1}\right)=0$ jednak je :

1) 4 2) 0 3) 13 4) 1 5) 2

XIII Cena jedne knjige je prvo povećana za 50% a zatim je snižena za 50%. Cena druge knjige je prvo snižena za 50% a zatim je povećana za 50%. Ako je na kraju razlika njihovih cena 6 dinara, onda je prvobitna razlika:

1) 8 dinara 2) 7 dinara 3) 6 dinara 4) 5 dinara 5) 4,5 dinara

XIV Data je funkcija f(x) = 2x - 1. Ako je f(g(x)) = 6x + 3, onda je g(x) =

1) 1 - 2x 2) 2x + 1 3) $\dfrac{x+1}{2}$ 4) $\dfrac{x-3}{6}$ 5) 3x + 2

XV Vrednost parametra b za koju je skup svih rešenja nejednačine $\log_3(3x+b)>0$ interval $(-2,\infty)$ jednaka je :

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6 5) 7

TEST 8

I Skup rešenja nejednačine $\frac{x+1}{x} < \frac{x+2}{x+1}$ je :

1) $(-1,0)$ 2) $(-\infty,-1) \cup (0,\infty)$ 3) $(-\infty,1)$ 4) $(0,\infty)$ 5) prazan

II Vrednost izraza $\left(2+\frac{1}{9}+(1,5)^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}}$ je:

1) $\frac{5}{3}$ 2) 1 3) 0,6 4) $\frac{2}{3}$ 5) 2,5

III Ako je $f(2-x)=\frac{x}{2}+1$, onda je $f(f(x))=$

1) $1+\frac{x}{4}$ 2) $1-\frac{x}{4}$ 3) $\frac{6+x}{4}$ 4) $4+x$ 5) $\frac{x}{3}+3$

IV Rešenje jednačine $\sqrt{9-5x}=\sqrt{3-x}+\frac{6}{\sqrt{3-x}}$ je :

1) $\frac{9}{2}$ 2) -3 3) $-\frac{9}{2}$ 4) nema rešenja 5) 3

V Jednačina $2x-|x-2|-1=0$:

1) nema rešenja
2) ima tačno jedno rešenje
3) ima tačno dva rešenja
4) ima tačno tri rešenja
5) ima beskonačno mnogo rešenja

VI Ako se dužina jedne stranice pravougaonika poveća za 10% a dužina druge umanji za 10%, onda se površina pravougaonika :

1) poveća za 20%
2) poveća za 1%
3) ne promeni
4) umanji za 2%
5) umanji za 1%

VII Ako je $\cos x = a$, onda je $\cos 2x =$

1) $2a^2+1$ 2) $2a$ 3) $1-2a$ 4) $2a^2-1$ 5) $1+2a$

VIII Proizvod $(1-\cos\frac{\pi}{12})(1+\cos\frac{\pi}{12})$ je jednak:

1) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ 5) $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

IX Skup rešenja nejednačine $3^{\frac{3x+2}{x-1}} \le \sqrt{3}$ je :

1) $(-\infty,-1]$ 2) $[-1,1)$ 3) $(2,\infty)$ 4) $(2,3)$ 5) $(1,3)$

X Dijagonale AC i BD trapeza ABCD seku srednju liniju MN trapeza u tačkama E i F tako da je $ME = EF = FN$. Ako je dužina manje osnovice DC jednaka 10cm, onda je dužina veće osnovice jednaka (u cm):

1) 15 2) 13,5 3) 20 4) 25 5) 22,5

XI Jednačina $\log_3(x+3) + \log_3(2x-1) = 2\log_3(x+1)$ ima:

1) dva rešenja suprotnog znaka
2) dva rešenja istog znaka
3) dva rešenja u intervalu $(-5,2)$
4) jedno rešenje u intervalu $(-5,0)$
5) jedno rešenje u intervalu $(0,2)$

XII Skup rešenja nejednačine $\frac{\log_2 x + 1}{\log_3 x - 1} > 0$ je:

1) $(\frac{1}{2}, \infty)$ 2) $(-1,1)\cup(2,\infty)$ 3) $(0,\frac{1}{2})\cup(3,\infty)$ 4) $(-2,3)$ 5) $(2,3)$

XIII Dat je kvadrat ABCD stranice 16cm. Kružnica sadrži temena A i D i dodiruje stranicu BC. Poluprečnik kružnice je (u cm):

1) 6 2) 7 3) 8 4) 9 5) 10

XIV Zbir kvadrata rešenja jednačine $x^2 + x - a = 0$ je 1997 ako i samo ako je $a =$

1) 994 2) 995 3) 996 4) 997 5) 998

XV Negacija iskaza <u>*BAR JEDAN TRAKTOR JE NEISPRAVAN*</u> je :

1) Svi traktori su ispravni.
2) Nijedan traktor nije ispravan.
3) Bar jedan traktor je ispravan.
4) Neki traktori su ispravni.
5) Tri traktora su ispravna.

TEST 9

I Ako je $f(x) = \frac{x-1}{x+1} - 1$, onda je $f(f(2)) =$

1) -6 2) -5 3) -4 4) -3 5) -2

II Vrednost izraza

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{6}+0{,}1+\frac{1}{15}\right):\left(\frac{1}{6}+0{,}1-\frac{1}{15}\right)\right]\cdot 2{,}52}{\left[\left(0{,}5-\frac{1}{3}+0{,}25-\frac{1}{5}\right):\left(0{,}25-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\frac{7}{13}}$$ je

1) -3 2) 1 3) 3 4) 13 5) -1

III U kružnicu poluprečnika $r = 5\text{cm}$ upisan je pravougaonik čiji je poluobim 14cm. Površina tog pravougaonika je :

1) 49cm^2 2) 48cm^2 3) 96cm^2 4) $85{,}5\text{cm}^2$ 5) 171cm^2

IV Skup rešenja nejednačine $x > \frac{4}{x}$ je :

1) $(-\infty, -2) \cup (2,\infty)$ 2) $(0,\infty)$ 3) $(-2,0) \cup (2,\infty)$ 4) $(-4,4)$ 5) $(0,\infty)$

V Ako je $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ i α oštar ugao, onda je $tg\alpha =$

1) $\frac{5}{12}$ 2) $\frac{13}{5}$ 3) $\frac{12}{5}$ 4) 1 5) $\frac{5}{13}$

VI Proizvod rešenja jednačine

$$4^{2x^2+7x+4{,}5} = \frac{1}{8}$$ je:

1) 2 2) 2,2 3) 4 4) 3 5) 4,5

VII Skup rešenja nejednačine

$$\log_2\left(\frac{5-2x}{x-7}\right) > 0 \quad \text{je:}$$

1) (2/5,7) 2) $(-\infty, 4)$ 3) (4,7) 4) $(7, \infty)$ 5) $(5, \infty)$

VIII Negacija iskaza "Svi studenti su položili ispit iz MATEMATIKE" je :

1) Nijedan student nije položio ispit iz MATEMATIKE
2) Bar jedan student nije položio ispit iz MATEMATIKE
3) Bar jedan student je položio ispit iz MATEMATIKE
4) Neki studenti su položili ispit iz MATEMATIKE
5) Dva studenta nisu položila ispit iz MATEMATIKE

IX Kružnica deli svaku stranicu kvadrata na tri jednaka dela. Ako je stranica kvadrata $a = 18$cm onda je dužina poluprečnika te kružnice $r =$

1) $2\sqrt{10}$cm 2) 3cm 3) $3\sqrt{10}$cm 4) 20cm 5) $6\sqrt{10}$cm

X Rešenje jednačine $\log_2\log_3\log_4 x = 0$ pripada intervalu:

1) (45,50) 2) (50,55) 3) (55,60) 4) (60,65) 5) (65,70)

XI Ako je $\alpha=75°$ onda je $\sin\alpha=$

1) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}+1)$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}-1)$ 5) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{2}+1)$

XII Zbir površina tri kvadrata jednak je 400cm^2 a stranice tih kvadrata se odnose kao 3:4:5. Površine ovih kvadrata su :

1) 36cm^2, 64cm^2, 100cm^2
2) 90cm^2, 130cm^2, 180cm^2
3) 100cm^2, 150cm^2, 200cm^2
4) 75cm^2, 125cm^2, 200cm^2
5) 72cm^2, 128cm^2, 200cm^2

XIII Jednačina $1-x=\sqrt{3x^2-7x+3}$

1) ima dva pozitivna rešenja
2) nema rešenja
3) ima rešenje u intervalu $(1,3)$
4) ima rešenje u intervalu $(0,1)$
5) ima dva rešenja suprotnog znaka

XIV Broj rešenja jednačine $\sin x \cos x = \sin x$ u intervalu $[-1,4]$ je :

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

XV Skup rešenja nejednačine $\dfrac{1}{2x-1}<\dfrac{2}{3x+1}$ je:

1) $\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2}\right)\cup(3,\infty)$ 2) $\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)\cup(3,\infty)$ 3) $\left(\dfrac{1}{2},3\right)$ 4) $\left(-\dfrac{1}{3},3\right)$ 5) $(3,\infty)$

TEST 10

I Proizvod rešenja jednačine $16^{x^2-4x+2}=2$ je :

1) $\frac{4}{7}$ 2) 2 3) 0,5 4) $-\frac{1}{2}$ 5) 1,75

II Alpinista, penjući se na planinu visoku 5700 metara u prvom satu penjanja popeo se na visinu od 800 metara, a u svakom sledećem satu popeo se na visinu za 25m manju nego u prethodnom satu. Za koliko se sati alpinista popeo na vrh planine?

1) 8 2) 12 3) 10 4) 7 5) 6

III Ako je $f(2-3x)=9x^2-3x$ onda je $f(x-3)=$

1) $x^2-9x+20$ 2) $3x^2-5x$ 3) x^2-1 4) $2x^2-3x+15$ 5) $(x-4)^2$

IV Zbir dva realna broja x i y koji zadovoljavaju sistem jednačina

$$3^x \cdot 2^{-y}=16$$
$$\log_{\sqrt{2}}(x-y)=4 \quad \text{je :}$$

1) 16 2) 4 3) 8 4) 2 5) –4

V Skup rešenja nejednačine $3-\log_2 4x>0$ je :

1) $(-\infty,2)$ 2) $(2,3)$ 3) $(2,\infty)$ 4) $(0,2)$ 5) $(3,4)$

VI Ako tačka dodira upisanog kruga i hipotenuze pravouglog trougla deli hipotenuzu na dva dela dužina 5cm i 12cm, onda je razlika kateta tog trougla jednaka (u cm)

1) 2 2) 5 3) 6 4) 7 5) 8

VII Skup rešenja nejednačine $|x-2|<\frac{x+1}{2}$ je :

1) $(-\infty, 3)$ 2) $(1, 5)$ 3) $(1, \infty)$ 4) $(-1, 2)$ 5) nema rešenja

VIII Ako je površina pravouglog trougla brojno jednaka njegovom obimu, onda su njegove stranice (u cm):

1) 5,3,4 2) 6,8,10 3) 12,9,15 4) 12,20,16 5) 10,24,16

IX Broj rešenja jednačine: $\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$ u intervalu $[-2\pi, 2\pi]$ je:

1) 1 2) 2 3) 0 4) 3 5) 4

X Skup rešenja nejednačine : $\frac{x^2+3x+3}{x^2-4} > 0$ je :

1) $(-\infty, -2)\cup(2, \infty)$ 2) $(-2, 2)$ 3) $(-\infty, -2)$ 4) $(2, \infty)$ 5) $(-\infty, \infty)$

XI "Bar jedan student nije položio ispit iz MATEMATIKE".
Suprotan iskaz je:

1) Nijedan student nije položio ispit iz MATEMATIKE
2) Svi studenti su položili ispit iz MATEMATIKE
3) Neki studenti su položili ispit iz MATEMATIKE
4) Bar jedan student je položio ispit iz MATEMATIKE
5) Neki studenti nisu položili ispit iz MATEMATIKE

XII Vrednost izraza $\sin^2 30° + tg^2 30^0$ je :

1) 1 2) $\frac{7}{12}$ 3) $\sqrt{3}$ 4) 0 5) $\frac{12}{7}$

XIII Jednačina $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ ima :

1) Jedno rešenje manje od nule
2) Dva rešenja suprotnog znaka
3) Jedno rešenje veće od nule
4) Dva rešenja u intervalu $(-6,6)$
5) Dva rešenja istog znaka

XIV Cena neke robe se poveća za 25% a zatim smanji za 10% i onda iznosi 3600 dinara. Kolika je bila cena robe (u dinarima) pre tih promena?

1) 4000 2) 3600 3) 3200 4) 3060 5) 3020

XV Vrednost izraza $\left(\left(\frac{3}{16}:\left(8+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{4}}-1\right)^{-4}$ jednaka je:

1) $\frac{9}{8}$ 2) $\frac{16}{25}$ 3) 1 4) 0 5) 4

REŠENJE TESTOVA

TEST 1		TEST 2		TEST 3		TEST4		TEST 5	
I	2	I	2	I	3	I	5	I	4
II	1	II	5	II	2	II	5	II	5
III	5	III	3	III	2	III	3	III	5
IV	1	IV	5	IV	5	IV	3	IV	3
V	2	V	4	V	4	V	1	V	5
VI	1	VI	4	VI	4	VI	4	VI	2
VII	4	VII	4	VII	1	VII	4	VII	5
VIII	1	VIII	5	VIII	4	VIII	1	VIII	5
IX	2	IX	3	IX	5	IX	4	IX	2
X	3	X	3	X	2	X	2	X	5
XI	1	XI	4	XI	2	XI	5	XI	4
XII	2	XII	5	XII	1	XII	4	XII	5
XIII	3	XIII	1	XIII	5	XIII	2	XIII	3
XIV	3	XIV	2	XIV	5	XIV	2	XIV	5
XV	1	XV	1	XV	2	XV	3	XV	3

TEST 6		TEST 7		TEST 8		TEST 9		TEST 10	
I	3	I	3	I	1	I	1	I	5
II	5	II	4	II	3	II	3	II	1
III	4	III	2	III	1	III	2	III	1
IV	5	IV	1	IV	2	IV	3	IV	5
V	3	V	3	V	2	V	3	V	4
VI	3	VI	4	VI	5	VI	4	VI	4
VII	1	VII	3	VII	4	VII	3	VII	2
VIII	4	VIII	2	VIII	4	VIII	2	VIII	2
IX	1	IX	1	IX	2	IX	3	IX	2
X	2	X	5	X	3	X	4	X	1
XI	5	XI	2	XI	5	XI	1	XI	2
XII	4	XII	1	XII	3	XII	5	XII	2
XIII	2	XIII	1	XIII	5	XIII	4	XIII	3
XIV	1	XIV	5	XIV	5	XIV	2	XIV	3
XV	4	XV	5	XV	1	XV	1	XV	3